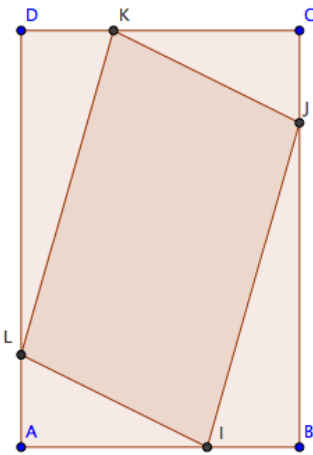


# Parallélogramme articulé

## Problème



On considère un rectangle ABCD tel que  $AB = 6$  cm et  $AD = 9$  cm.

Les points I, J, K et L sont respectivement placés sur les segments [AB], [BC], [CD] et [AD] de telle façon que  $AL = DK = CJ = BI = x$ .

Le but est de trouver la valeur exacte de  $x$  pour laquelle l'aire du quadrilatère IJKL est minimale.

## Partie A : Explorer la situation avec le tableur

Dans le fichier OpenOffice joint, remplir les cases à l'aide des vignettes qui apparaissent en plaçant la souris sur un carré rouge.

- En maintenant la touche **CTRL** enfoncée, sélectionner toute la colonne «  $x$  », et la colonne « Aire de IJKL ».
- Sélectionner l'icône « assistant graphique » et choisir le type XY (dispersion). Cocher la case « Lignes lisses ».

D'après le graphique, donner une valeur approchée de  $x$  qui semble minimiser l'aire de IJKL.

Modifier le pas de façon à avoir une valeur approchée à 0,1 près (éventuellement changer la valeur initiale de  $x$ ).

Par un procédé analogue, obtenir une valeur approchée à 0,01 près.

## Partie B : Démonstration mathématique

- Quel est l'intervalle des valeurs possibles de  $x$  ?
- Démontrer que IJKL est un parallélogramme.
- Calculer en fonction de  $x$  l'aire des triangles AIL et BIJ.
  - En déduire que l'aire  $f(x)$  du parallélogramme IJKL est :  $f(x) = 2x^2 - 15x + 54$ .
- Montrer que  $f(x) = 2\left(x - \frac{15}{4}\right)^2 + \frac{207}{8}$

Montrer que l'aire est minimale pour  $x = \frac{15}{4}$ . Que vaut cette aire ?

1.

## Partie C : Prolongement de l'activité TICE

Est-il possible que l'aire de IJKL soit égale aux deux-cinquième de l'aire de ABCD ? Aux trois-quarts de l'aire de ABCD ? Si oui, donner la (ou les) valeur(s) exacte(s) ou approchée(s) à 0,01 près. Sinon, justifier.