Expérimentation concernant l'usage des calculatrices au baccalauréat

Mathématiques

Terminale ES

Obligatoire

Première partie

(Partie avec calculatrice)

Exercice n°1 (6 points)

Les deux tableaux ci-dessous regroupent les taux de change moyens mensuels en francs de la livre sterling (notée LS) et de l'écu (noté ECU) durant deux périodes récentes :

Période 1 : octobre 94 - septembre 95

Période 1	LS	ECU
10/94	8,3545	6,5331
11/94	8,3975	6,3755
12/94	8,4398	6,5626
01/95	8,3320	6,5510
02/95	8,2150	6,5397
03/95	7,9814	6,4915
04/95	7,7997	6,4372
05/95	7,9149	6,5161
06/95	7,8445	6,4847
07/95	7,7077	6,4436
08/95	7,7903	6,4339
09/95	7,8588	6,4391

Source : Crédit Local de France, 3616 CLF, octobre 1997

Période 2 : octobre 96 - septembre 97

Période 2	LS	ECU
10/96	8,1928	6,4780
11/96	8,5049	6,4988
12/96	8,7242	6,5144
01/97	8,9917	6,5525
02/97	9,1937	6,5541
03/97	9,1915	6,5498
04/97	9,3884	6,5708
05/97	9,3817	6,5735
06/97	9,5864	6,5933
07/97	10,0970	6,6530
08/97	9,9467	6,6312
09/97	9,6231	6,5940

Source : Crédit Local de France, 3616 CLF, octobre 1997

Aucun tableau de calcul n'est demandé dans cet exercice.

1- Pour chaque période, on considère la série double (LS,ECU).

a) Faire une représentation graphique de chaque nuage de points. On prendra en abscisses 5 cm pour 1 F et on placera 7,60 F à l'origine ; en ordonnées 10 cm pour 1F et on placera 6,35 F à l'origine.

b) Pour chaque nuage, donner les coordonnées du point moyen et le placer.

c) Donner le coefficient de corrélation linéaire de chaque série double.

d) Indiquer, en justifiant la réponse, pour quelle(s) période(s) un ajustement affine est approprié.

2- On considère la période 2.

a) Donner une équation de la droite de régression de l'ECU en LS par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis avec cinq décimales).

b) Tracer cette droite dans le nuage de points de cette période.

c) Déterminer alors le taux moyen mensuel de change de l'écu si la livre sterling est cotée 7,7903. Comparer ce résultat aux données du mois d'août 1995.

d) Peut-on espérer retrouver ainsi tous les résultats du tableau de la période 1 ?

Exercice n°2 (5 points)

Tous les matins, Monsieur Lejeune va chercher des croissants et le journal à quelques centaines de mètres de chez lui. Pour cela il part en voiture et traverse deux carrefours protégés par des feux tricolores réglés sur des cycles automatiques. Très prudent, il ne passe ni au rouge, ni à l'orange.

Les réglages des cycles sont tels que la probabilité d'arriver au rouge au premier carrefour est $\frac{1}{2}$ et celle d'arriver à l'orange est $\frac{1}{8}$.

Un comptage portant sur 800 véhicules traversant ces deux carrefours a donné les résultats suivants :

2ème \ 1er	Vert	Orange	Rouge	Total
Vert	125	75	300	500
Orange	75	5	20	100
Rouge	100	20	80	200
Total	300	100	400	800

Monsieur Lejeune se base sur les fréquences issues de ce tableau pour répondre aux questions suivantes.

1- Quelles sont les probabilités que Monsieur Lejeune :

a) se présente au vert au premier carrefour et au rouge au second ?

b) se présente au vert au premier carrefour ?

c) se présente au rouge au second carrefour sachant qu'il est arrivé au vert au premier ?

d) se soit présenté au vert au premier carrefour sachant qu'il arrive au rouge au second ?

2- On considère les variables aléatoires X, correspondant au nombre de feux oranges rencontrés, et Y, correspondant au nombre de feux rouges rencontrés durant le trajet.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Déterminer la loi de probabilité de Y.

c) Déterminer l'espérance mathématique de X.

d) Déterminer l'espérance mathématique de Y.

3- On admettra que, pour chacun de ces carrefours, la durée moyenne d'attente lorsque Monsieur Lejeune se présente à l'orange est de 45 s et que, lorsqu'il se présente au rouge, elle est de 20 s.

A combien de temps (en heures, minutes et secondes) peut-on estimer l'attente de Monsieur Lejeune aux différents carrefours durant une année de 365 jours ?

Expérimentation concernant l’usage des calculatrices au baccalauréat

Mathématiques

Terminale ES

Spécialité

Première partie

(Partie avec calculatrice)

Exercice n°1 (6 points)

Les deux tableaux ci-dessous regroupent les taux de change moyens mensuels en francs de la livre sterling (notée LS) et de l'écu (noté ECU) durant deux périodes récentes :

Période 1 : octobre 94 - septembre 95

Période 1	LS	ECU
10/94	8,3545	6,5331
11/94	8,3975	6,3755
12/94	8,4398	6,5626
01/95	8,3320	6,5510
02/95	8,2150	6,5397
03/95	7,9814	6,4915
04/95	7,7997	6,4372
05/95	7,9149	6,5161
06/95	7,8445	6,4847
07/95	7,7077	6,4436
08/95	7,7903	6,4339
09/95	7,8588	6,4391

Source : Crédit Local de France, 3616 CLF, octobre 1997

Période 2 : octobre 96 - septembre 97

Période 2	LS	ECU
10/96	8,1928	6,4780
11/96	8,5049	6,4988
12/96	8,7242	6,5144
01/97	8,9917	6,5525
02/97	9,1937	6,5541
03/97	9,1915	6,5498
04/97	9,3884	6,5708
05/97	9,3817	6,5735
06/97	9,5864	6,5933
07/97	10,0970	6,6530
08/97	9,9467	6,6312
09/97	9,6231	6,5940

Source : Crédit Local de France, 3616 CLF, octobre 1997

Aucun tableau de calcul n'est demandé dans cet exercice.

3- Pour chaque période, on considère la série double (LS,ECU).

a) Faire une représentation graphique de chaque nuage de points. On prendra en abscisses 5 cm pour 1 F et on placera 7,60 F à l'origine ; en ordonnées 10 cm pour 1F et on placera 6,35 F à l'origine.

b) Pour chaque nuage, donner les coordonnées du point moyen et le placer.

c) Donner le coefficient de corrélation linéaire de chaque série double.

d) Indiquer, en justifiant la réponse, pour quelle(s) période(s) un ajustement affine est approprié.

4- On considère la période 2.

a) Donner une équation de la droite de régression de l'ECU en LS par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis avec cinq décimales).

b) Tracer cette droite dans le nuage de points de cette période.

c) Déterminer alors le taux moyen mensuel de change de l'écu si la livre sterling est cotée 7,7903. Comparer ce résultat aux données du mois d'août 1995.

d) Peut-on espérer retrouver ainsi tous les résultats du tableau de la période 1 ?

Exercice n°2 (5 points)

Un grand laboratoire décide de lancer la commercialisation d'un nouveau produit. Pour cela, il planifie sur cinq ans ses objectifs trimestriels de prix de vente en se basant sur la loi de l'offre et de la demande.
On désigne par d_n et v_n les indices de demande et du prix de vente lors du n-ième trimestre.
On a établi les relations suivantes :

$$\begin{cases} d_n = \dfrac{400 - v_n}{3} \\ v_n = 0,8\ v_{n-1} + 0,2\ d_n + 9,6 \end{cases}$$

Et on prendra $v_0 = 100$ (base : indice 100 au début de l'opération).

1- a) Calculer d_0.

b) Établir que $v_n = \frac{3}{4} v_{n-1} + 34$.

c) Déterminer v_1 puis d_1.

2- a) Déterminer le réel α tel que $\alpha = \frac{3}{4}\alpha + 34$

b) On définit la suite (u_n) par $u_n = v_n - \alpha$. Démontrer que u_n est une suite géométrique de raison $\frac{3}{4}$ et de premier terme -36.

c) Exprimer u_n en fonction de n puis v_n en fonction de n.

d) En déduire l'expression de d_n en fonction de n.

3- a) Étudier le sens de variation de chacune des suites (v_n) et (d_n).

b) Calculer les limites de ces suites.

c) Calculer les valeurs des deux indices à la fin des 5 ans. Les résultats seront donnés à 10^{-2} près.

Expérimentation concernant l'usage des calculatrices au baccalauréat

Mathématiques

Terminale ES

Obligatoire
Et
Spécialité

Deuxième partie

(Partie sans calculatrice)

Problème (9 points)

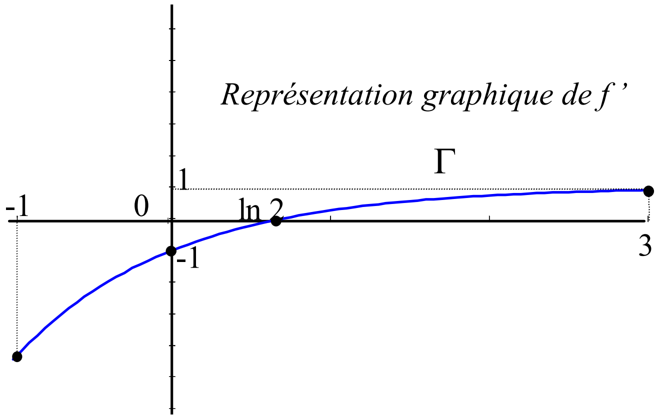
Le but du problème est l'étude de propriétés d'une fonction f définie sur ℝ, certaines d'entre elles étant d'abord suggérées par lecture graphique.

Les points marqués en gras sur les figures appartiennent aux courbes.

<u>Partie A</u> : Étude graphique de *f* sur [-1 , 3]

Soit f une fonction définie sur ℝ, dont la dérivée est notée f'.

A l'aide d'un ordinateur, on a tracé ci-dessous la courbe Γ, **représentative de f'** sur l'intervalle [-1 , 3], dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

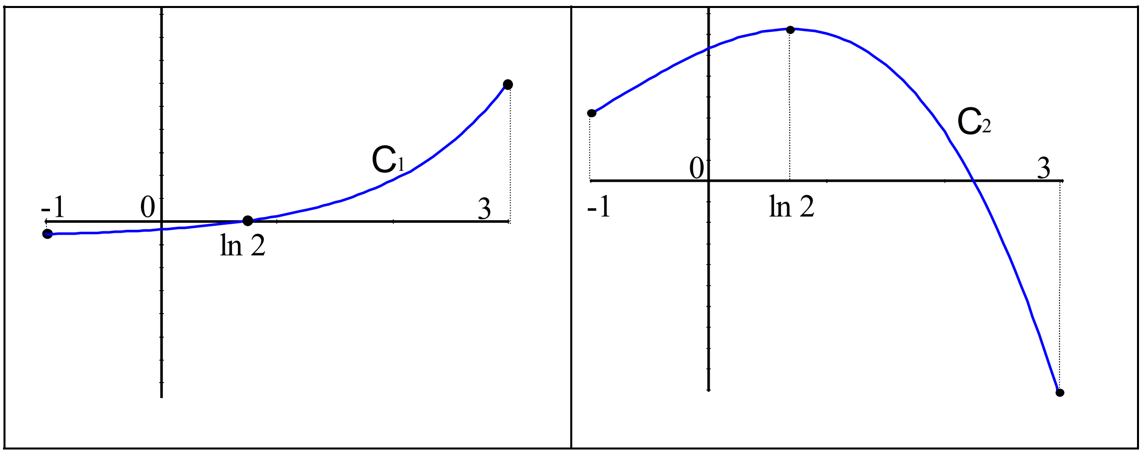


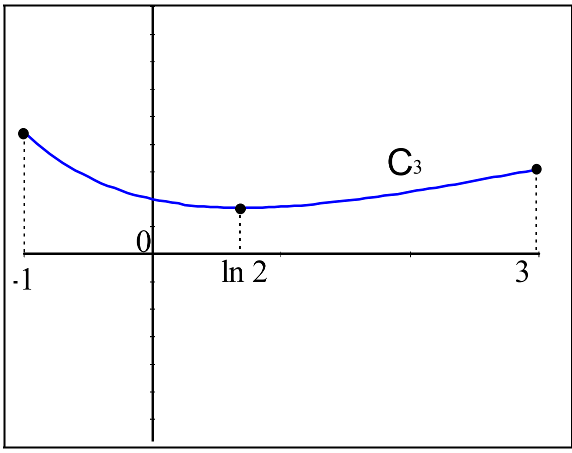
À l'aide de cette figure, qui donne certaines indications sur la fonction f', on répondra aux questions posées <u>dans cette partie</u> à propos de la fonction f.

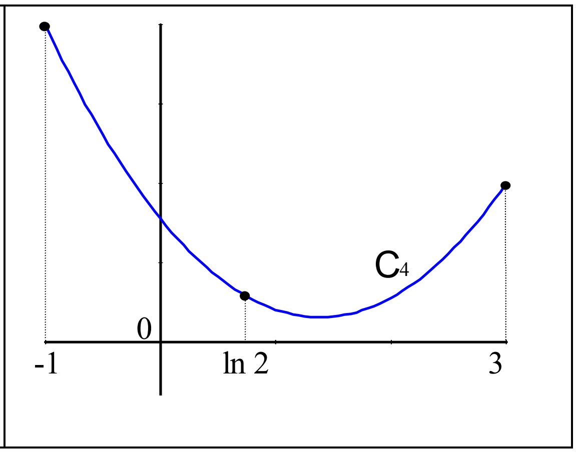
1- a) Dresser le tableau de variations de f sur l' intervalle [-1 , 3]. Préciser pour quelle valeur de x, la fonction f admet un extremum.

b) C_f désignant la courbe représentative de f dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, donner le coefficient directeur de la tangente à cette courbe, au point d'abscisse 0.

2- Parmi les courbes C_1, C_2, C_3 et C_4 représentées ci-dessous, se trouve la courbe C_f. Indiquer celles qui ne conviennent pas, en donnant pour chacune une justification.







<u>Partie B</u> : Étude de la fonction f sur $\mathbb{R}$

Dans cette partie, on se propose d'étudier sur $\mathbb{R}$, **<u>par le calcul</u>**, la fonction f de la partie A.

On admet que f est définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 2\mathrm{e}^{-x}$.

1- a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
b) Montrer que la droite D d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe C_f, et étudier la position relative de D et de C_f.

2- Calculer la limite de f en $-\infty$. On pourra montrer que, pour tout réel x, $f(x) = \mathrm{e}^{-x}(x\mathrm{e}^{x} + 2)$.

3- Calculer $f'(x)$. Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

4- a) Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 0.
b) Existe-t-il des tangentes à C_f parallèles à D ? Justifier la réponse.

5- Calculer $\int_0^{\ln 2} f(x)\mathrm{d}x$ (*On donnera la valeur exacte, puis l'approximation décimale à 10^{-2} près par défaut en prenant 0,7 comme valeur approchée de ln 2 au dixième*).
Décrire une partie du plan ayant pour aire (en unités d'aire) la valeur trouvée.

<u>Barème</u>

Exercice 1

1.a. 1,5 point
1.b. 1 point
1.c. 0,5 point
2.a. 0,75 point
2.b. 0,5 point
2.c. 0,75 point
2.d. 1 point

Exercice 2 Obligatoire

1.a. 0,5 point
1.b. 0,5 point
1.c. 0,5 point
1.d. 0,5 point
2.a. 0,75 point
2.b. 0,75 point
2.c. 0,5 point
2.d. 0,5 point
3. 0,5 point

Exercice 2 Spécialité

1.a. 0,25 point
1.b. 0,75 point
1.c. 0,5 point
2.a. 0,25 point
2.b. 1 point
2.c. 0,5 point
2.d. 0,25 point
3.a. 0,5 point
3.b. 0,5 point
3.c. 0,5 point

Problème

A.1.a. 1 point
A.1.b. 0,5 point
A.2. 1,5 point
B.1.a. 0,5 point
B.1.a. 1,25 point
B.2 0,75 point
B.3. 1,5 point
B.4.a. 0,5 point
B.4.b 0,5 point
B.5. 1 point

Commentaire d'accompagnement

Objectifs des auteurs

Faire un sujet conforme aux directives actuelles tout en respectant la contrainte expérimentale : “ une partie avec calculatrice, une partie sans calculatrice ” pour tester la faisabilité d'une épreuve en deux parties.
Faire que les calculatrices interviennent vraiment dans quelques questions.
Laisser un peu plus d'initiative aux élèves pour certaines questions, ce qui permet de valoriser la capacité à analyser une situation et à mettre en place une démarche.

Remarque concernant l'exercice 1

Cet exercice conduit à s'interroger sur la signification et la pertinence d'un ajustement affine à travers l'étude d'une situation issue de la vie économique.
Le traitement du nombre important de données est réalisé à l'aide de la calculatrice.
La différence entre les deux périodes trouve sa justification dans des choix politiques faits à cette époque.
La question 2d vise à s'assurer de la bonne compréhension de l'outil utilisé pour traduire le phénomène que l'on vient de constater.

Remarque concernant l'exercice 2 (enseignement obligatoire)

Cet exercice permet de faire le lien entre statistiques et probabilités à partir de la lecture d'un tableau.
La question 1 doit permettre d'évaluer la bonne compréhension de l'énoncé tandis que les questions 2 et 3 conduisent à une estimation à partir de l'introduction de variables aléatoires.
L'utilisation de la calculatrice, si elle n'est pas indispensable, doit permettre d'alléger les calculs.

Remarque concernant l'exercice 2 (enseignement de spécialité)

Cet exercice met en jeu plusieurs notions utilisées en économie (offre, demande) qui sont liées entre elles et dont l'évolution est décrite par des suites.
La question 1 permet de se ramener à l'étude d'une suite géométrique.
L'exercice peut être prolongé par la question suivante :

4- On appelle taux d'accroissement relatif de l'indice des prix pour le n-ième trimestre le réel $t_n = \frac{v_n - v_{n-1}}{v_{n-1}}$. Déterminer jusqu'à quel trimestre le taux d'accroissement relatif de l'indice des prix sera supérieur au taux d'inflation de 0,5 % par trimestre.

Remarques concernant le problème

La partie A consiste en une lecture graphique visant à dégager des propriétés d'une fonction f à partir de l'observation de la courbe représentative de sa dérivée.
La donnée de quatre courbes “ candidates ”, parmi lesquelles se trouve celle de f, veut éviter toute ambiguïté sur le statut de la question 2 (il s'agit bien d'argumenter pour rejeter les trois courbes qui ne conviennent pas).
La partie B amène classiquement à identifier f par le calcul.
L'impossibilité d'avoir recours à la calculatrice met les élèves à égalité par rapport aux avantages offerts par certains modèles (graphique, calcul formel).