NOM : ………………………………………………………………………….. Classe : ………

SECONDE – DEVOIR COMMUN DE MATHEMATIQUES N°2 – 27 MAI 2009 – durée : 2 heures –

La calculatrice est autorisée pour cette épreuve.

Le sujet est à rendre avec la copie.

Exercice 1 : Vrai ou Faux ? (sur 5 points).

Indiquer sur votre copie si chacune des quatre affirmations suivantes est vraie ou fausse <u>en justifiant votre réponse</u>, soit par une démonstration, soit par un contre-exemple numérique ou graphique.

1. Pour tous les réels positifs a et b, $\sqrt{a^2+b^2}=a+b$.
2. Pour tout réel x, $\left|x+\frac{1}{2}\right|\leq 1$ équivaut à $x\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$.
3. $-\frac{2}{3}$ est solution de l'équation $\frac{3x-2}{2}-\frac{6x-5}{3}=1$.
4. Si $f(-4)>f(2)$ alors f est décroissante sur $[-4;2]$.

Exercice 2 : Equations et inéquations. (sur 8 points).

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et l'inéquation suivantes :

a) $(x^2+4)(x+1)^2=0$; b) $x^2-25-(x+1)(2x-10)=0$; c) $\frac{2x-4}{5-x}\geq 0$.

Exercice 3 : Statistiques. (sur 10 points).

Lors d'un entraînement, un sauteur à la perche a noté chacune de ses 12 performances (en mètres) :

4,60 ; 4,65 ; 4,10 ; 4,60 ; 4,80 ; 4,70 ; 4,55 ; 4,80 ; 4,80 ; 4,60 ; 4,85 ; 4,65 .

1. Compléter le tableau ci-dessous.

Les fréquences seront données au centième près sous la forme d'un nombre décimal compris entre 0 et 1.

saut :	4,10	4,55					
effectif :							
fréquence :							

2. Déterminer le (ou les) mode(s) de cette série.
Calculer (au cm près) la moyenne et l'étendue de cette série.
Déterminer la médiane de cette série.
3. Quelle est la fréquence des performances supérieures ou égales à 4,70 m ?
4. Suite à une erreur d'étalonnage, les 12 performances doivent être augmentées de 3 cm.
Déduire des résultats de la question 2 la moyenne et l'étendue de cette nouvelle série.
5. Lors de l'entraînement précédent, le sauteur à la perche avait fait 10 sauts pour obtenir une moyenne de 4,65 m.
Sachant que la moyenne des 9 premiers sauts était de 4,62 m, quelle a été la hauteur de son dixième saut ?

Exercice 4 : Vecteurs. (sur 9 points).

Dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ on considère les points : $A(-1;0)$, $B(3;2)$, $C(2;6)$ et $D(0;5)$.

On prendra pour unité 1 carreau ou 1 cm.

1. Faire une figure et la compléter au fil de l'exercice.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ puis en déduire que les droites (AB) et (DC) sont parallèles.
3. Calculer la distance AB.
4. Le point E est défini par $\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Construire E puis déterminer ses coordonnées par le calcul.
5. Le point E appartient-il à la droite (DB) ? Justifier.

Exercice 5 : Fonctions. (sur 8 points).

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{-3}{x^2+4}$.

1. On veut étudier le sens de variation de f sur l'intervalle $[0;+\infty[$. On considère deux nombres positifs quelconques *a* et *b* tels que $a \le b$ et on veut comparer les nombres $f(a)$ et $f(b)$.

Justifier chaque étape de la démonstration, à l'aide des propriétés répertoriées dans la liste ci-dessous.

a) On a $0 \le a \le b$ alors $0 \le a^2 \le b^2$.

b) On peut alors écrire : $4 \le a^2 + 4 \le b^2 + 4$.

c) On remarque que a^2+4 et b^2+4 sont strictement positifs donc : $\dfrac{1}{a^2+4} \ge \dfrac{1}{b^2+4}$.

d) On peut conclure que : $\dfrac{-3}{a^2+4} \le \dfrac{-3}{b^2+4}$.

<u>*Liste de propriétés*</u> :

P$_1$: la fonction affine qui à x associe $x+4$ est croissante sur $\mathbb{R}$.

P$_2$: la fonction linéaire qui à x associe $-3x$ est décroissante sur $\mathbb{R}$.

P$_3$: la fonction carré est décroissante sur l'intervalle $]-\infty;0]$.

P$_4$: la fonction carré est croissante sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

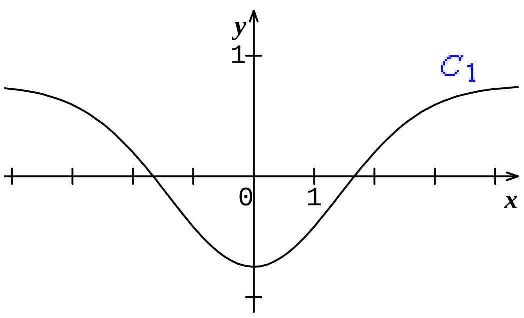
P$_5$: la fonction inverse est décroissante sur l'intervalle $]-\infty;0[$.

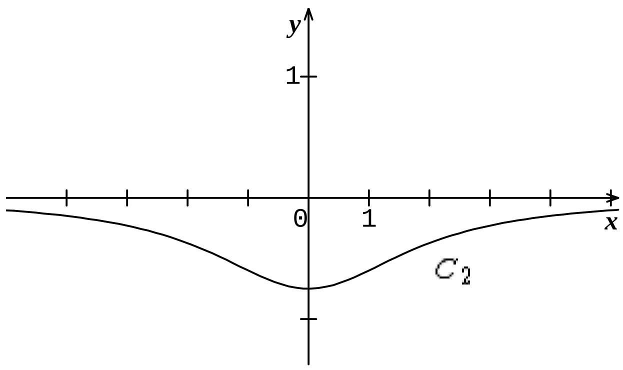
P$_6$: la fonction inverse est décroissante sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

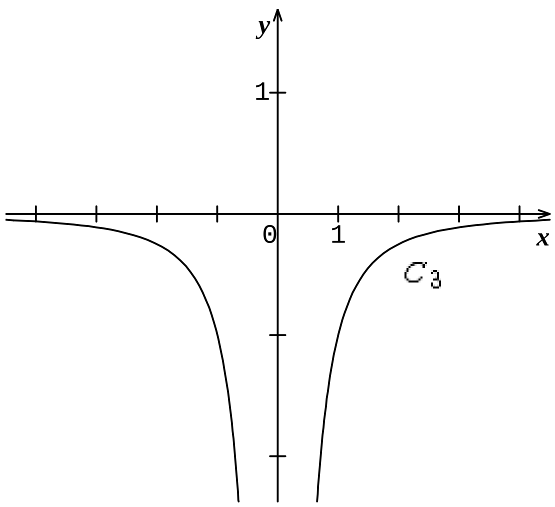
2. Que peut-on en déduire pour la fonction f sur l'intervalle $[0;+\infty[$?

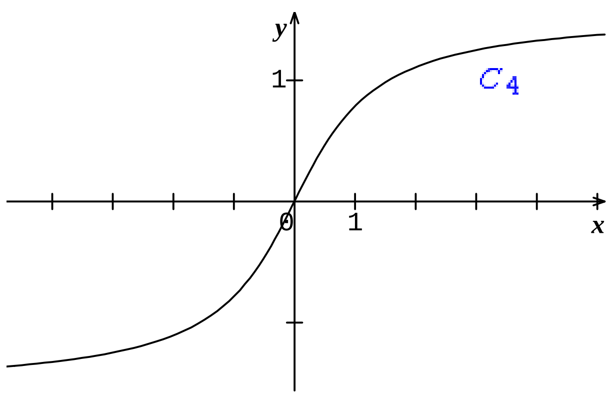
3. On admet que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty;0[$. Dresser alors le tableau de variation de *f*.

4. Dans un repère orthogonal, la fonction f admet comme courbe représentative, l'une des quatre courbes ci-après.









Trouver laquelle et justifier le rejet des trois autres.