

NOM :

Classe : 2nde.....

DEVOIR COMMUN DE MATHÉMATIQUES du 22 janvier 2010

La calculatrice est autorisée

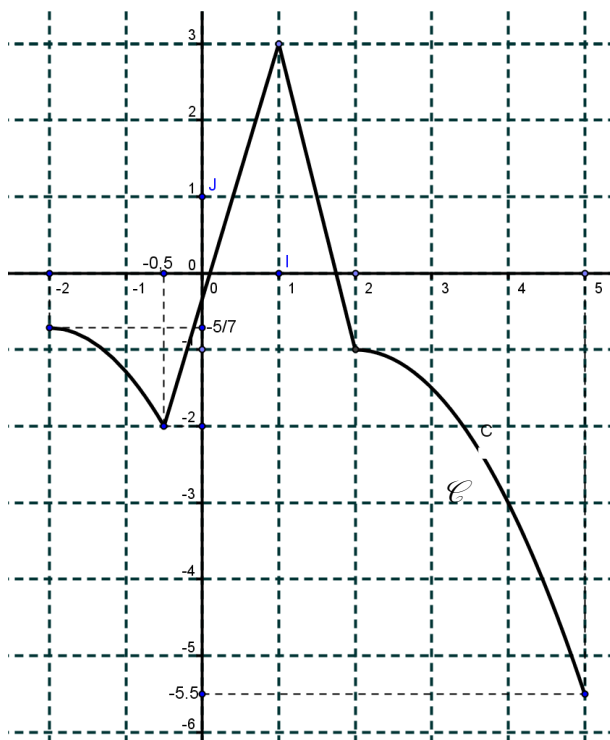
Les deux pages du sujet sont à rendre avec la copie.

Exercice 1 (points)

La courbe \mathcal{C} tracée ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f dans le repère orthonormé $(O ; I, J)$.

De plus, on admettra que la courbe \mathcal{C} passe par les points de coordonnées $\left(-2; -\frac{5}{7}\right)$, $(-0,5 ; -2)$ et $(5 ; -5,5)$.

Pour toutes les questions suivantes, aucune justification n'est demandée.



- 1) Préciser sur quel intervalle est définie la fonction f .
- 2) Donner les images par la fonction f des nombres 1 et 5.
- 3) Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -1$?
- 4) Donner la valeur exacte d'un antécédent de -1 par la fonction f .
- 5) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > -3$.
- 6) Établir le tableau de variations de la fonction f .
- 7) Citer une valeur du réel m pour laquelle l'équation $f(x) = m$ n'admet pas de solution.
- 8) On admettra que sur l'intervalle $[2 ; 5]$, $f(x) = -0,5x^2 + 2x - 3$. En utilisant la calculatrice :
 - a) Donner un tableau des valeurs de $f(x)$ pour x compris entre 2 et 5 avec un pas de 0,5.
 - b) Donner une valeur approchée au centième près de l'antécédent de -2 qui appartient à l'intervalle $[2 ; 5]$.

Exercice 2 (points)

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-5 ; 2]$ dont le tableau de variations est ci-dessous :

x	-5	-3	0,5	1	2
variations de f	-2	↗ 0	↘ -1	↗ 0	↗ 3

- 1) Comparer, si possible, les nombres suivants en justifiant (si ce n'est pas possible, inutile de justifier).
 - a) $f\left(\frac{1}{4}\right)$ et $f\left(\frac{1}{3}\right)$
 - b) $f(-4)$ et $f(0,8)$
 - c) $f(-4)$ et $f(1,5)$
- 2) a) Quel est le minimum de f sur $[-5 ; 2]$? En quelle(s) valeur(s) est-il atteint ?
- b) Quelle est le maximum de f sur $[-5 ; 1]$? En quelle(s) valeur(s) est-il atteint ?
- 3) Compléter le tableau de signes suivant.

x	-5	2
signe de $f(x)$		

NOM :

Classe : 2nde.....

Exercice 3 (points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (3x + 2)^2 - 9 \quad (\text{expression 1})$$

- 1) Développer $f(x)$. (expression 2)
- 2) Montrer que $f(x) = (3x - 1)(3x + 5)$. (expression 3)
- 3) En utilisant à chaque fois l'expression de f qui vous semble la plus adaptée, répondre aux questions suivantes :
 - a) Calculer la valeur exacte de $f(\sqrt{3})$.
 - b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
 - c) Résoudre l'équation $f(x) = -9$.

Exercice 4 (points)

Dans un repère orthonormé $(O ; I, J)$, on considère les points $A(-2 ; 5)$, $B(2 ; -1)$ et $C(5 ; 1)$.

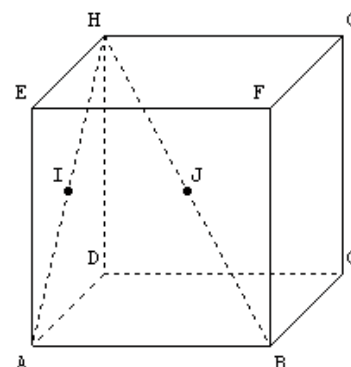
La figure sera complétée au fur et à mesure.

- 1) Placer ces points.
- 2) Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
- 3) Déterminer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier.
- 4) Calculer les coordonnées du milieu K de $[AC]$.
- 5) Placer le point M tel que $CBMK$ soit un parallélogramme. Calculer les coordonnées de M .
- 6) Conjecturer la nature du quadrilatère $AKBM$. Justifier la conjecture (toute prise d'initiative même infructueuse sera prise en compte dans la notation).

Exercice 5 (points)

Dans le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-contre, on appelle I et J les milieux respectifs des segments $[HA]$ et $[HB]$.

- 1) Sans justifier, dire si le point D appartient au plan (HIJ) .
- 2) En justifiant, donner les positions relatives des droites et plans suivants :
 - a) les droites (IJ) et (AB)
 - b) les droites (IJ) et (DC)
 - c) la droite (IJ) et le plan (DHG) .
- 3) a) Citer un point d'intersection des plans (HAC) et (HBD) .
b) Construire sur la figure un deuxième point d'intersection des plans (HAC) et (HBD) , que l'on nommera P .
c) En déduire l'intersection des plans (HAC) et (HBD) .



Bonus (extraits du Kangourou 2009)

Question 1

2009 personnes ont participé à une course. Le nombre de personnes moins bien classées que Jeanne est le triple du nombre de personnes mieux classées qu'elle. A quelle place Jeanne a-t-elle fini ?

- A) 503 B) 501 C) 500 D) 1503 E) 1507

Question 2

Si $a \Delta b = ab + a + b$ et que $3 \Delta 5 = 2 \Delta x$, combien vaut x ?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7