

Durée : 2 heures.
La calculatrice est autorisée.

Le sujet est à rendre avec votre copie.

Partie réservée au correcteur :	Acquis	Moyennement acquis	Non acquis
Calculs sur les fractions			
Calculs sur les racines carrées			
Formules sur les puissances			
Identités remarquables			
Factorisation			
Développement			

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice n°1 18 points *Les questions sont indépendantes.*

1/ On donne : $A = \frac{\frac{1}{7} + \frac{3}{2}}{1 - \frac{5}{6}}$

Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible puis donner, à l'aide de votre calculatrice, l'arrondi de A à 10⁻² près.

2/ On donne : $B = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{6} - 1)^2$ et $C = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$.

Montrer que B et C sont des entiers.

3/ On donne : $D = \frac{108^{-5} \times 125^{20}}{90^{30}}$.

Utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers pour écrire D sous la forme $2^n \times 3^p \times 5^k$ où n, p et k sont des entiers relatifs.

4/ Soit $n \in \mathbb{N}^*$; on pose $A = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$. Montrer que : $A = \frac{1}{n(n+1)}$.

En déduire une méthode pour calculer simplement (sans mise au même dénominateur) la somme

suivante : $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$.

5/ a. Soient trois intervalles : $I = [-2 ; 5]$, $J =]3 ; 8[$ et $K = [6 ; +\infty[$.
Déterminer : $I \cap J$ et $I \cup J$ puis $I \cap K$.

b. Compléter avec \in et \notin sur cette feuille.

1,7 $[-3 ; \sqrt{3}]$ 0 $] -\infty ; 0]$ 7... $[2 ; 7[\cup]3 ; 16[$
 $-5 \dots]-4 ; 2] \cap]-5 ; 8]$ $\frac{69}{7}$ \mathbb{D} $-\frac{\sqrt{2}}{2}$... \mathbb{Q}

Exercice n°2 12,5 points

On donne : $f(x) = (3x - 1)^2 - 4(x - 2)^2$ et $g(x) = (x - 1)^2 - (2x - 1)(3x - 3)$.

1/ Développer, réduire, ordonner f(x) et g(x).

2/ Factoriser f(x) et g(x).

3/ Calculer f(0), g(1) puis g($\sqrt{5}$).

4/ Choisir la bonne expression pour résoudre les équations suivantes :

① $f(x) = 0$ ② $g(x) = -2$ ③ $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice n°3 5,5 points

ABC est un triangle quelconque inscrit dans un cercle \mathcal{C} de centre O.

La mesure de l'angle \widehat{BAC} est α (exprimée en degré).

1/ Faire une figure.

2/ Exprimer la mesure de l'angle \widehat{OCB} en fonction de α .

3/ Calculer α pour que :

- a) OBC soit équilatéral
- b) OBC soit rectangle.

Exercice n°4 4 points

ABC est un triangle; I et J sont les milieux respectifs des côtés [AC] et [BC].

D et K sont les images respectives, dans la symétrie de centre I, des points B et J.

E est le point d'intersection des droites (AC) et (BK) ; la droite (DE) coupe la droite (AB) en L.

1/ Montrer que K est le milieu du segment [AD].

2/ Montrer ensuite que L est le milieu du segment [AB].

