NOM : **Classe :**

Devoir commun de seconde Février 2006
MATHEMATIQUES

(le barème donné à titre indicatif est sur 40 points)

EXERCICE 1 : Nombres et calculs ; équations et inéquations (12 points)

1°) Compléter par le symbole $\in$ ou $\notin$ (*les réponses fausses enlèvent des points, une absence de réponse ne rapporte aucun point. Un total négatif à cette question est ramené à 0*) :

$-\frac{56}{8}$ $\mathbb{Z}$	$\frac{10}{9}$ $\mathbb{D}$	$-\frac{7}{4}$ $\mathbb{Q}$	5^{-1} $\mathbb{D}$
$(2\sqrt{5})^2$ $\mathbb{Z}$	$\sqrt{2}$ $\mathbb{Q}$	-7 $\mathbb{R}$	$(-10)^{10}$ $\mathbb{N}$

2°)

a. Décomposer en produits de facteurs premiers les nombres 588 et 231.

b. En déduire l'écriture la plus simple possible de $\frac{588}{231}$ et $\sqrt{588}$.

c. Quelle est la nature de $\sqrt{588}\times\sqrt{3}$?

3°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $(-2x+3)(x+1)^2=0$.

b. $\frac{x^2-5}{x+2}=0$.

c. $x^2=3x$.

4°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes, et donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalles ou de réunions d'intervalles:

a. $1-\frac{x}{3}\leq 5$.

b. $2x(x-1) < x^2-1$.

c. $\frac{-3x+1}{5x}\geq 0$.

5°) Soient x et y deux réels tels que $2\leq x\leq\frac{7}{3}$ et $\frac{5}{2}\leq y\leq 8$.

Déterminer un encadrement de $x-y$ et de xy en justifiant chaque réponse.

NOM :   Classe :

EXERCICE 2 : les fonctions (12 points)

Partie 1 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4 - (x-1)^2$.

1°) a. Développer $f(x)$.

b. Factoriser $f(x)$.

2°) Déterminer :

- l'image de $\frac{1}{3}$ par f ;
- l'image de $\sqrt{2}$ par f ;
- $f(1+\sqrt{7})$.

3°) Déterminer, en choisissant l'expression de $f(x)$ la plus adaptée, les antécédents éventuels par f de :

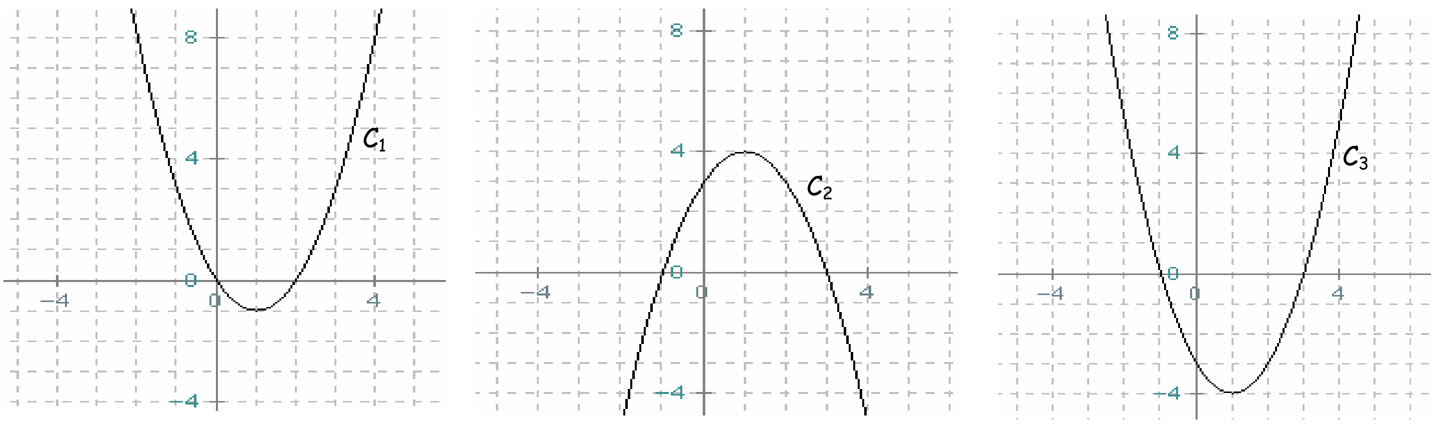
- 0 ;
- -5 ;
- 12.

4°) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$									

5°) Le plan est muni d'un repère orthogonal.

Quelle est, parmi les trois courbes C_1, C_2 et C_3 celle qui représente la fonction f ? Justifier la réponse.



Partie 2 :

On considère la fonction g dont la courbe représentative est C_3.

1°) Dresser le tableau de variations de la fonction g.

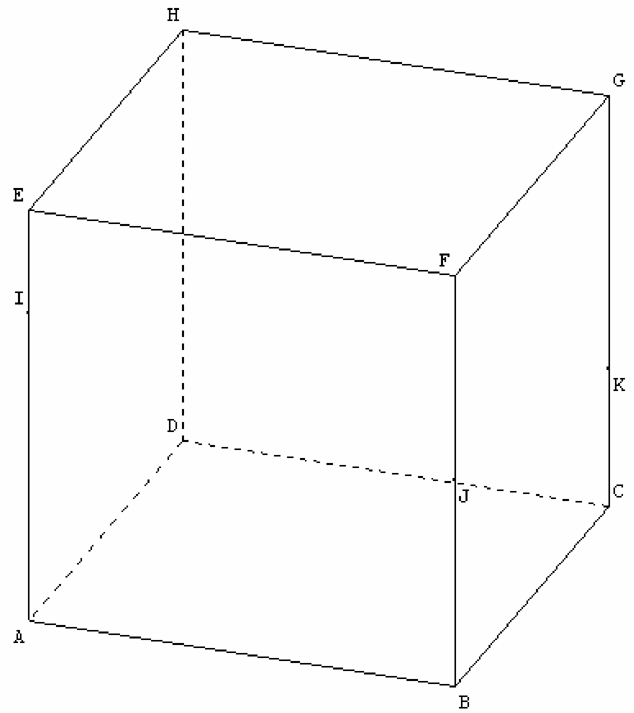
2°) Donner, s'ils existent, le maximum et le minimum de g sur son ensemble de définition en précisant en quelle(s) valeur(s) ils sont atteints.

3°) a. Résoudre graphiquement les inéquations :

- $g(x) \leq 0$;
- $g(x) > 5$.

NOM : **Classe :**

EXERCICE 3 : Géométrie dans l'espace (8 points)



Dans le cube ABCDEFGH représenté ci-dessus, I est un point de l'arête [AE] tel que EI = $\frac{1}{4}$ EA, J est le milieu de l'arête [BF] et K un point de l'arête [CG] tel que GK = $\frac{2}{3}$ GC.

1°) Expliquer pourquoi les droites (JK) et (BC) sont sécantes.
On appelle M leur point d'intersection ; placer M sur la figure.

2°) On appelle N le point d'intersection des droites (IJ) et (AB).

a. Placer N sur la figure.
b. Déterminer l'intersection des plans (IJK) et (ABC), en justifiant la réponse ; tracer cette intersection.

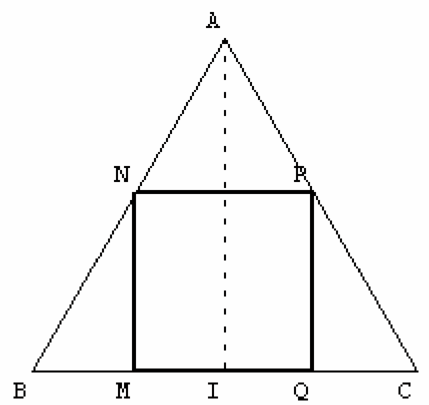
3°) La droite (IK) coupe le plan (ABC) en un point P.
Expliquer pourquoi le point P est le point d'intersection de deux droites de cette figure, l'une de ces droites étant la droite (IK), l'autre étant à déterminer.

NOM : **Classe :**

EXERCICE 4 : géométrie plane (8 points)

1)

ABC est un triangle équilatéral de coté 4 cm.
I est le milieu du segment [BC].
On trace à l'intérieur du triangle un carré MNPQ de telle sorte que (MN) soit parallèle à (AI) et (NP) parallèle à (BC).



a) Justifier que le triangle ANP est équilatéral
b) Calculer la longueur du segment [AI]
c) On pose NP = MN = x. Montrer que AI peut s'écrire $\frac{x\sqrt{3}}{2} + x$
d) En déduire la valeur exacte du côté du carré MNPQ et la valeur exacte de l'aire du triangle BMN

2) *cet exercice est hors barème*

ABCD est un trapèze. Le segment [AB] mesure 3,3 cm et [DC] en mesure 9.
On appelle G le centre de gravité du triangle ADC et G' celui du triangle BDC.
Déterminer la longueur exacte du segment [GG']