

PROBLÈME ANALYTICO-ÉLECTRIQUE

Objectif *Montrer l'utilité de l'Analyse pour résoudre un problème de physique.*

Outils *Lien entre signe de la dérivée et monotonie.*



On monte en série un générateur de tension, de force électromotrice E donnée, avec un conducteur ohmique de résistance R . On note r la résistance du montage autre que R (résistance interne du générateur, augmentée de celle des fils de branchement, etc.).

Soit Q la chaleur fournie par effet Joule par ce conducteur pendant le temps t et P la puissance dégagée. On a $Q = P t$.

Quelle doit être la valeur de la résistance R pour que la puissance (et donc la chaleur) dégagée soit maximale ?

Référence : Cours élémentaire de Mathématiques supérieures,
Tome 2, Fonctions, p. 89, J. Quinet, éd. Dunod.



1. Exprimer P à l'aide de R et I , où I est l'intensité du courant dans le circuit.

Justifier que $I = \frac{E}{r + R}$.

En déduire l'expression de P en fonction de E , r et R .

2. Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x}{(x+r)^2}$, r étant un réel strictement positif donné.

Étudier les variations de f sur $[0 ; +\infty[$.

3. a. Trouver une relation entre P et $f(R)$.
b. Déduire de l'étude précédente la valeur de R cherchée.

4. Complément.

- a. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

- b. Quelle interprétation physique en déduit-on pour l'effet Joule fourni par le conducteur ?