

Éléments d'aide pour une programmation en calcul mental en collège

1. Les compétences travaillées au cycle 3 de l'école élémentaire qui sont à consolider au collège

Les compétences et les commentaires en italique qui les accompagnent, sont extraits du document d'accompagnement des programmes de l'École primaire : « Le calcul mental à l'école élémentaire »)

Addition / Soustraction

Calcul automatisé	<ul style="list-style-type: none"> - maîtriser le répertoire additif (tables d'addition), compléments, différences et décompositions associées - calculer les compléments à la centaine supérieure pour des nombres entiers dont le chiffre des unités est 0 <i>comme par exemple les compléments de 430 à 500, de 2 430 à 2 500</i> - connaître les relations additives entre multiples de 25 inférieurs à 100 ou de multiples de 250 inférieurs à 1000. <i>Il s'agit par exemple de savoir que $75 = 50 + 25$ ou que $1\ 000 - 750 = 250$...</i> - calculer certaines sommes de deux nombres décimaux (<i>avec un chiffre après la virgule comme par exemple $2,5 + 0,5$ ou $3,7 + 0,6$</i>) - décomposer un nombre décimal en utilisant l'entier immédiatement inférieur comme par exemple : $37,05 = 37 + 0,05$ ou $37,05 = 37 + \frac{5}{100}$ - calculer les compléments à l'unité supérieure de nombres ayant un chiffre après la virgule - connaître quelques relations entre certains nombres entiers et décimaux <i>Des résultats comme $2,5 + 2,5 = 5$; $1,5 + 1,5 = 3$; $7,5 + 7,5 = 15$ doivent être produits très rapidement.</i>
Calcul réfléchi	<ul style="list-style-type: none"> - ajouter ou soustraire des nombres entiers proches de nombres "ronds" tels que 9, 19, 11, 21, 8, 18, 12, 22, 99, 101, 198... - calculer des sommes et différences de nombres entiers de 2 chiffres (ou dont le calcul peut s'y ramener) <i>comme $48 + 53$, $50 - 13$, $31 - 18$, $450 - 180$, $453 + 28$, $3\ 600 + 1\ 400$, $46\ 000\ 000 - 18\ 000\ 000$...</i> - calculer des sommes de plusieurs nombres entiers en regroupant des termes "qui vont bien ensemble". <i>Exemple : le calcul de $43 + 280 + 60 + 57 + 20$ peut être facilité par le "rapprochement" de 43 et 27 et de 280 et 20.</i> - calculer des sommes ou des différences de nombres décimaux dans des cas simples comme $5,7 + 2,4$. <i>Des nombres à un chiffre après la virgule ou du type $7,25$; $8,15$; $0,75$ peuvent être utilisés avec intérêt.</i> <i>Pour un calcul comme $7,2 - 2,5$, différentes stratégies sont possibles en fin de cycle 3 :</i> <ul style="list-style-type: none"> - transformer 7,2 en 6 unités et 12 dixièmes pour rendre le calcul possible ; - chercher l'écart entre 2,5 et 7,2 en allant d'abord de 2,5 à 3 ou à 5, puis à 7, puis à 7,2 ; - calculer $72 - 25$, puis diviser le résultat par 10... - calculer le complément au nombre entier immédiatement supérieur d'un nombre décimal ayant deux chiffres après la virgule - évaluer un ordre de grandeur, en utilisant un calcul approché : sommes de deux ou plusieurs nombres entiers ou décimaux, différences de deux nombres entiers ou décimaux. <i>Le placement approché de nombres sur la droite numérique repérée par des « nombres ronds » constitue une aide pour apprécier l'ordre de grandeur des nombres et choisir les arrondis appropriés dans un calcul.</i>

Multiplication / Division

<p>Calcul automatisé</p>	<ul style="list-style-type: none"> - maîtriser le répertoire multiplicatif (tables de multiplication) : produits de deux nombres entiers inférieurs à 10, recherche d'un facteur, quotients et décompositions associés. <i>Il faut souligner que la récitation mécanique des tables constitue un obstacle à la mobilisation rapide d'un résultat quelconque. Connaître $8 \times 6 = 48$, c'est tout autant pouvoir donner rapidement ce résultat que répondre à « Combien de fois 8 dans 48 ? », à « Diviser 48 par 6 », décomposer 48 sous forme de produits de deux nombres inférieurs à dix, savoir que 48 est dans la table de 6 (et celle de 8).</i> - utiliser la connaissance des tables pour répondre à des questions du type « Combien de fois 8 dans 50 ? » ou « Diviser 50 par 8 » - situer un nombre entier entre deux résultats d'une table de multiplication. <i>Par exemple, encadrer 29 entre deux multiples de 7.</i> - calculer des produits du type 30×4 ; 400×8 ; 20×30 et les quotients correspondants - connaître et utiliser les relations entre des nombres « repères » : 100, 1000 et 60 et leurs diviseurs. <i>Ces relations sont liées à l'utilisation des expressions « moitié », « double », « quart », « quadruple », « tiers », « triple ». L'objectif est que les élèves aient mémorisé le fait que 25 est le quart de 100, la moitié de 50, le tiers de 75... Le calcul sur les durées est également aidé par la connaissance des relations entre 60 et les nombres 5, 10, 15, 20, 30.</i> - multiplier et diviser par 10, 100... dans l'ensemble des nombres décimaux. <i>Il est important de profiter de ce travail pour faire prendre conscience aux élèves que multiplier 3,5 par 100 revient à transformer les unités en centaines, les dixièmes en dizaines, les centièmes en unités : la réponse 350 n'est pas seulement le résultat de l'application d'une règle, mais doit être liée à une compréhension qui enrichit la connaissance des écritures à virgule.</i> - connaître les relations entre certains nombres décimaux, comme 0,25 ; 0,5 ; 0,75 et 1 ou 2,5 ; 5 ; 7,5 et 10.
<p>Calcul réfléchi</p>	<ul style="list-style-type: none"> - calculer les doubles et moitiés, quadruples (doubles des doubles) et quarts (moitiés des moitiés), des nombres entiers inférieurs à 100 ou de nombres plus grands, lorsque le calcul reste simple. <i>A la fin du cycle 3, cette compétence est étendue au calcul des moitiés de nombres impairs (la moitié de 19 est 9,5, celle de 73 est 36,5...) et à celui des doubles de nombres comme 7,5 ; 45,5...</i> - multiplier et diviser un nombre entier par 5, par 20, par 50 - multiplier un nombre entier par des nombres comme 11, 12, 9, 19, 21, 15, 25... <i>Il est important d'insister sur la variété des procédures qui peuvent être utilisées et qui, généralement, s'appuient sur une décomposition des nombres.</i> - décomposer un nombre entier sous forme de produits de deux ou plusieurs facteurs - calculer mentalement le quotient et le reste entiers dans des cas simples de division d'un nombre entier par un nombre entier. <i>Les élèves doivent, par exemple, être capables d'effectuer mentalement la division de 230 par 7, en décomposant 230 en $210 + 20$ ou en $140 + 70 + 14 + 6$.</i> - évaluer l'ordre de grandeur d'un produit ou d'un quotient (de nombres entiers) par un calcul approché. <i>Si on souhaite une valeur approchée du résultat de 123×12, on peut se limiter au calcul de 100×10 qui fournit un ordre de grandeur acceptable (et obtenu rapidement) ou calculer 120×12 si on cherche une meilleure approximation. Le calcul de 100×15 aurait pu concilier les deux impératifs.</i> - utiliser la connaissance des tables pour calculer des produits simples d'un nombre décimal par un nombre entier. <i>Au cycle 3, le travail se limite à des questions du type : $0,8 \times 7$; $0,6 \times 5$... ou du type $1,2 \times 3$ et $1,2 \times 6$ en mettant en évidence les connaissances sur les écritures à virgule nécessaires pour traiter ce type de calculs : $1,2 \times 6$, c'est 6 unités et 12 dixièmes ; or 10 dixièmes, c'est 1 unité ; le résultat est donc 7 unités et 2 dixièmes (7,2).</i>

2. Les compétences à construire au collège

Classe de 6^e

<p>Calcul automatisé</p>	<ul style="list-style-type: none"> - connaître les équivalences d'écriture : $0,1 = \frac{1}{10}$; $0,01 = \frac{1}{100}$; $0,001 = \frac{1}{1000}$; $0,5 = \frac{1}{2}$; $0,25 = \frac{1}{4}$; $0,75 = \frac{3}{4}$; $1,5 = 1 + \frac{1}{2}$ - connaître les relations entre $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{100}$, entre $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{1000}$, entre $\frac{1}{4}$ (0,25) et $\frac{1}{2}$ (0,5) - donner ou reconnaître une écriture fractionnaire d'un entier simple - écrire une fraction simple sous la forme de la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, comme par exemple $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$ - comparer un nombre en écriture fractionnaire à 1 - comparer deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur ou de même numérateur - multiplier, diviser un nombre entier ou décimal par 10 ; 100 ; 1000... - multiplier un nombre entier ou décimal par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 - donner la valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d'un décimal à l'unité, au dixième, au centième près. - reconnaître si un nombre entier est divisible par 2, 3, 4, 5 et 9 en utilisant les critères de divisibilité - multiplier et diviser un nombre entier par 5 - connaître les écritures, décimale et fractionnaire, des pourcentages suivants : 5%, 10%, 50%, 25%, 75% - connaître les équivalences de proche en proche entre deux unités pour les mesures de longueur, de masse, de contenance et d'aire et de volume - connaître quelques équivalences telles que : 1m = 100cm, 1km = 1000m, 1m = 1000mm, 1kg = 1000g... - connaître les équivalences : $\frac{1}{2}$ h = 0,5h = 30 min, $\frac{1}{4}$ h = 0,25h = 15 min, $\frac{3}{4}$ h = 0,75h = 45 min, $\frac{1}{2}$ L = 50cL, $\frac{1}{4}$ L = 25cL, $\frac{1}{10}$ L = 10cL
<p>Calcul réfléchi</p>	<ul style="list-style-type: none"> - reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires sont celles d'un même nombre, comme par exemple $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{12}$, $\frac{2}{7}$ et $\frac{6}{21}$ - multiplier un nombre entier ou décimal simple par un nombre en écriture fractionnaire comme $\frac{3}{4} \times 100$; $\frac{5}{3} \times 90$; $3,5 \times \frac{2}{5}$ - prendre une fraction simple d'une quantité, comme par exemple $\frac{2}{5}$ de 125g, $\frac{5}{3}$ de 15L

	<ul style="list-style-type: none"> - entretenir et développer les compétences travaillées à l'école primaire et relatives au calcul, exact ou approché, d'une somme, d'une différence de nombres entiers ou décimaux, du produit d'un décimal par un entier, d'un quotient de deux entiers - multiplier un nombre par 11, 12, 15 - repérer une relation arithmétique simple (additive ou multiplicative) entre des nombres, comme par exemple $6,3 = 2,4 + 3,9$ ou 42 est le triple de 14, pour résoudre un problème de proportionnalité - appliquer un taux de pourcentage sur des nombres simples comme par exemple 12% de 350 ou 25% de 120. <i>Plusieurs démarches sont possibles :</i> <ul style="list-style-type: none"> - en décomposant 350 en $300 + 50$ et en utilisant le fait que 300 est le triple de 100 et 50 la moitié de 100 - en multipliant 350 par 12, en recourant à la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, et en divisant le résultat par 100 - en multipliant 3,5 par 12 et en utilisant pour cela le fait que $3,5 \times 2 = 7$ et que $12 = 2 \times 6$: $3,5 \times 12 = 3,5 \times 2 \times 6 = 7 \times 6$. Pour 25% de 120, il est intéressant de savoir que 25% c'est un quart. - utiliser les équivalences entre unités de longueur, de masse, de contenance, d'aire pour effectuer des changements d'unités de mesure - passer dans des cas simples d'une écriture décimale d'une durée exprimée en h à une écriture fractionnaire également exprimée en h ou à une écriture en min, et inversement. Par exemple : $1,25h = 1h + \frac{1}{4}h = 75 \text{ min}$; $\frac{1}{10}h = 6 \text{ min}$; $\frac{1}{12}h = 5 \text{ min}$; $\frac{5}{6}h = 50 \text{ min}$; $\frac{1}{3}h = 20 \text{ min}$
--	--

Classe de 5^e

Calcul automatisé	<ul style="list-style-type: none"> - additionner ou soustraire deux nombres simples en écriture fractionnaire de même dénominateur. <i>L'oral joue un rôle déterminant dans l'automatisation de la procédure : « 3 septièmes + 5 septièmes = 8 septièmes »</i> - savoir que $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ - produire ou reconnaître dans des cas simples une écriture fractionnaire d'un même nombre, lui-même en écriture fractionnaire - effectuer le produit de deux nombres simples en écriture fractionnaire, comme par exemple $\frac{2}{3} \times \frac{7}{5}$ - comparer deux nombres relatifs - effectuer la somme de deux entiers relatifs - connaître les équivalences de proche en proche entre deux unités de mesure de volume et l'équivalence $1L = 1dm^3$
Calcul réfléchi	<ul style="list-style-type: none"> - effectuer un calcul du type : $3 + 4 \times 2,5$; $3 \times 4 \times 2,5$; $3 + \frac{2,5}{5}$; $\frac{3}{4+5}$ - multiplier un nombre positif par 0,25 ; par 0,5 en s'appuyant sur les égalités $0,25 = \frac{1}{4}$; $0,5 = \frac{1}{2}$ - développer une expression simple où les coefficients sont entiers comme $5(x + 1)$, $5(3x + 4)$