Exercices d'algorithmique en seconde

➢ Calcul

Photocopies (*conditionnel*)

Tarif des photocopies:

- De 1 à 30 : 0,12 € pièce
- De 31 à 60 : 0,10 € pièce
- De 61 à 100 : 0,08 € pièce
- Au-delà de 100 : 0,06 € pièce.

Donner le montant à payer en fonction du nombre n de photocopies.

Somme (*boucle pour / tant que*)

1. Déterminer la somme de tous les entiers de 1 à N.
2. Déterminer le plus grand entier naturel N tel que cette somme soit inférieure à 10 000 et afficher la somme obtenue.

Épargne (*boucle tant que*)

Pour sa naissance, en 2009, les grands-parents de Gabriel placent une somme de 1 500 € sur son livret d'épargne rémunéré à 2,25 %.

En quelle année la somme aura-t-elle doublée ?

Syracuse

1. Exécuter l'algorithme ci-dessous pour $u_0 = 1$, $u_0 = 3$ et $u_0 = 7$, avec $n = 10$.

```
    Demander u0 ;
    Demander n ;
    Affecter la valeur de u0 à U ;
        Pour i allant de 1 à n
            Si U est pair,     affecter la valeur de U/2 à U ;
            Sinon              affecter la valeur de 3U+1 à U ;
            Fin Si
        Afficher U
        Fin Pour
```

2. Modifier cet algorithme de manière à ce qu'il s'arrête au premier terme égal à 1, et qu'il affiche le rang n de ce terme ainsi que le plus grand élément de la séquence (u_0, …, u_n).

Programme de jeu (*boucle tant que avec 2 conditions et générateur de nombres aléatoires*)

L'ordinateur choisit un nombre entier au hasard entre 10 et 100, on doit le retrouver en au plus six essais, l'ordinateur dit plus grand, plus petit ou bravo à chaque proposition, et perdu au bout de six essais infructueux.

➢ Fonctions

Forfait SMS (*Déclic 2009*) (*conditionnel*)

On compare trois forfaits mensuels pour SMS :
- forfait A : fixe de 20 € quel que soit le nombre de SMS envoyés ;
- forfait B : 0,15 € par SMS envoyé ;
- forfait C : fixe de 12 € et 0,05 € par SMS envoyé.

Élaborer une démarche permettant d'afficher le forfait le plus avantageux et le montant mensuel à régler, en euros, en fonction du nombre de SMS envoyés dans le mois.

Indice de masse corporelle (*d'après Indice 2009*) (*conditionnel*)

On mesure l'obésité, c'est-à-dire l'excès de masse grasse à l'aide de l'indice de masse corporelle, noté I, évalué à partir du poids (en kg) et de la taille (en m) d'un individu : $I = \frac{P}{T^2}$; I s'exprime donc en kg.m^{-2}.

I est une fonction des deux variables P et T.

1. Calculer I pour $P = 80$ kg et $T = 1{,}75$ m. Même question pour $P = 70$ kg et $T = 1{,}70$ m.
2. Suivant une classification établie par l'Organisation Mondiale de la Santé, un individu est en surpoids lorsque $I > 25$.

   Voici un algorithme qui demande à l'utilisateur son poids en kilogrammes et sa taille en mètres, puis calcule l'indice I et affiche s'il est en surpoids ou non :

a. Traduire cet algorithme en programme pour la calculatrice.
b. Faire fonctionner ce programme pour différentes valeurs de P et de T.

```
Variables
    P, T, I
Début
    Saisir P, T
    I prend la valeur P/T²
    Si I > 25 alors
      Afficher « l'individu est en surpoids »
    Sinon
      Afficher « l'individu n'est pas en surpoids »
    FinSi
Fin
```

3. Pour un poids de 60 kg, à quelles tailles un individu est-il en surpoids ?
4. Suivant la classification de l'OMS, un individu est en état de maigreur si $I < 18{,}5$.
   Transformer l'algorithme précédent de manière à classer un individu suivant qu'il est de constitution maigre, moyenne ou en surpoids.
   Faire fonctionner le programme correspondant sur une calculatrice pour différentes valeurs de P et de T.

Minimum d'une fonction

On considère la fonction définie par $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$; on admet que f possède un minimum sur l'intervalle [-1 ; 2] atteint en une unique valeur x_0.

1. Que fait l'algorithme ci-dessous ?
2. L'adapter pour déterminer une valeur approchée de x_0 à 10^{-n} et une valeur approchée de ce minimum.

```
Variables :
        m, x, y : entiers
Début
        m←f(-1)
        Pour x allant de -1 à 2 faire
            y←f(x)
            Si y < m alors
                m←y
            FinSi
        FinPour
        Afficher m
Fin
```

Dichotomie

On définit la fonction f sur R par : $f(x) = x^3 - 5x^2 + 10x - 5$.

On considère l'algorithme suivant :

```
Entrée :          Introduire un nombre entier n
Initialisation :  Affecter à N la valeur n
                  Affecter à a la valeur 0
                  Affecter à b la valeur 1
Traitement :      Tant que b − a > 10^(−N)
                      Affecter à m la valeur (a+b)/2
                      Affecter à P le produit f(a) × f(m)
                      Si P > 0, affecter à a la valeur m
                      Si P ≤ 0, affecter à b la valeur m
Sortie :          Afficher a
                  Afficher b
```

1) On a fait fonctionner cet algorithme pour $n = 2$. Compléter le tableau donnant les différentes étapes.

	m	p	a	b	b-a
Initialisation			0	1	
Étape 1					
Étape 2					
Étape 3	0,625	0,516357	0,625	0,75	0,125
Étape 4	0,6875	0,074966	0,6875	0,75	0,0625
Étape 5	0,71875	0,003953	0,71875	0,75	0,03125
Étape 6	0,734375	-0,001047	0,71875	0,734375	0,015625
Étape 7	0,726563	-0,000235	0,71875	0,726563	0,007813

2) Cet algorithme détermine un encadrement de la solution α de l'équation $f(x) = 0$ sur $[0;1]$. Quelle influence le nombre entier n, introduit au début de l'algorithme, a-t-il sur l'encadrement obtenu ?

➢ Géométrie repérée

Triangle rectangle (*conditionnel*)

Créer un algorithme qui indique si un triangle ABC est rectangle ou non, connaissant les coordonnées des points A, B et C.

Équation de droite (*conditionnel*)

Créer un algorithme qui donne une équation de la droite (AB), connaissant les coordonnées des points A et B.

Régionnement de la droite (*conditionnel*)

Si $a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}=\vec{0}$, créer un algorithme qui donne la position du point M sur la droite (AB) (« avant » A, entre A et B ou « après » B).

➢ Probabilités – statistiques

Le 6 la première fois

On lance un dé cubique parfait autant de fois qu'il le faut pour obtenir un six.

Écrire un algorithme qui détermine le nombre de lancers nécessaires avant d'obtenir le premier six.

Adapter cet algorithme afin de calculer le nombre moyen de lancers nécessaires pour obtenir un premier six.

Jeu de pile ou face

Pour une expérience de PILE ou FACE donnée, dans le modèle défini par une probabilité de P = 0,5, écrire un algorithme puis un programme permettant de calculer la fréquence F des « FACE » lors de N lancers.

Remarque : on peut adapter cet algorithme afin de visualiser la représentation graphique de la distribution de ces fréquences lorsque N devient grand (ici N grand = 500).

Tirage dans une urne

Une urne contient 10 boules : 3 boules blanches, 5 boules noires et 2 boules rouges.

Exécuter 100 tirages avec remise et étudier la fréquence d'apparition de chacune des couleurs.

➢ Projets de fin d'année

Marche aléatoire du robot sur une table

Un robot est posé au centre d'une table carrée de 90 cm de côté. Toutes les secondes, il effectue un pas de 10 cm dans une des quatre directions.

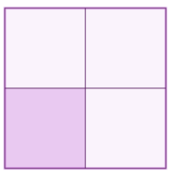
En moyenne, combien de temps reste-t-il sur la table ?

Fractale

On effectue un coloriage en plusieurs étapes d'un carré de côté de longueur 2 cm.

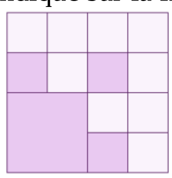
Première étape du coloriage

On partage ce carré en quatre carrés de même aire et on colorie le carré situé en bas à gauche comme indiqué sur la figure ci-dessous.



Deuxième étape du coloriage

On partage chaque carré non encore colorié en quatre carrés de même aire et on colorie dans chacun, le carré situé en bas à gauche, comme indiqué sur la figure ci-dessous.



On poursuit les étapes du coloriage suivant le même procédé.

Écrire un algorithme permettant le calcul de l'aire (exprimée en cm^2) après n coloriages.

Nœuds chiffrés

On numérote les nœuds du quadrillage dans l'ordre, à partir de 1 en suivant les diagonales, comme indiqué sur le dessin ci-contre.

Le plan est muni du repère (O,I,J).

1) Quelles sont les coordonnées du point numéroté 33 ? Puis, 2009 ?

2) De façon générale, quelles sont les coordonnées du point numéroté n ?

3) Inversement, le point M ayant pour coordonnées x et y, quel est son numéro ?