

**25 ans après l'apparition des
premiers PC dans les foyers,**

**10 ans après la disparition
de l'option informatique,**

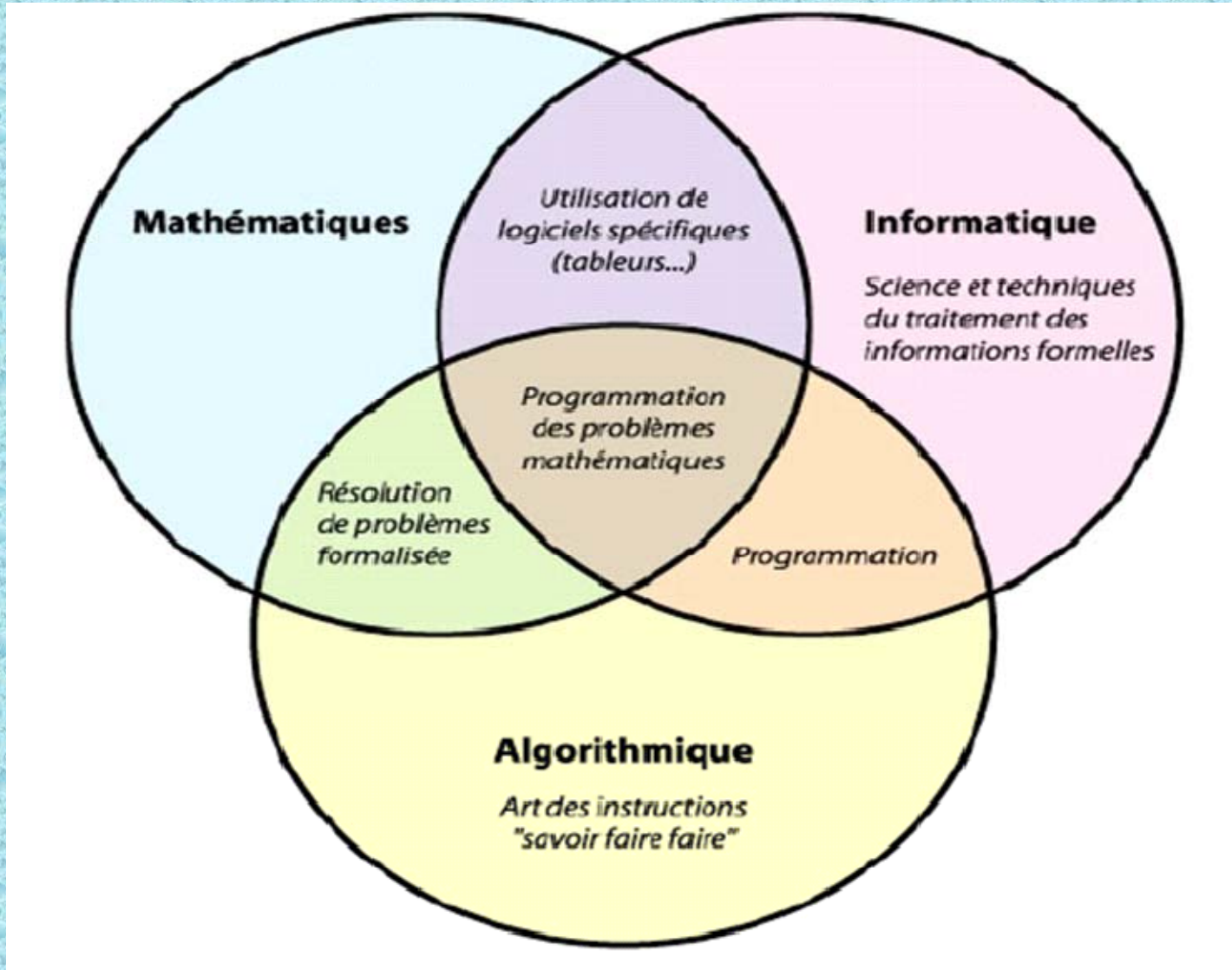
l'algorithmique prend une
place non négligeable dans le
programme de seconde.



Équipe Académique Mathématiques - 2009

Liens entre mathématiques, informatique et algorithmique

D'après Christophe Darmangeat – Université Paris VII



Problème

Forfaits SMS :

On compare trois forfaits mensuels pour SMS :

- forfait A : fixe de 20 € quel que soit le nombre de SMS envoyés ;
- forfait B : 0,15 € par SMS envoyé ;
- forfait C : fixe de 12 € et 0,05 € par SMS envoyé.

Élaborer une démarche permettant d'afficher le forfait le plus avantageux et le montant mensuel à régler, en euros, en fonction du nombre de SMS envoyés dans le mois.

La solution Tableur :

	A	B	C	D	E	F
1	n	tarif A	tarif B	tarif C	choisir	prix
2	1	20	=0,15*A2	=12+0,05*A2	=SI(B2=F2;"A";SI(C2=F2;"B";"C"))	=MIN(B2:D2)
3	=A2+1	20	=0,15*A3	=12+0,05*A3	=SI(B3=F3;"A";SI(C3=F3;"B";"C"))	=MIN(B3:D3)
4	=A3+1	20	=0,15*A4	=12+0,05*A4	=SI(B4=F4;"A";SI(C4=F4;"B";"C"))	=MIN(B4:D4)
5	=A4+1	20	=0,15*A5	=12+0,05*A5	=SI(B5=F5;"A";SI(C5=F5;"B";"C"))	=MIN(B5:D5)
6	=A5+1	20	=0,15*A6	=12+0,05*A6	=SI(B6=F6;"A";SI(C6=F6;"B";"C"))	=MIN(B6:D6)
7	=A6+1	20	=0,15*A7	=12+0,05*A7	=SI(B7=F7;"A";SI(C7=F7;"B";"C"))	=MIN(B7:D7)
8	=A7+1	20	=0,15*A8	=12+0,05*A8	=SI(B8=F8;"A";SI(C8=F8;"B";"C"))	=MIN(B8:D8)
9	=A8+1	20	=0,15*A9	=12+0,05*A9	=SI(B9=F9;"A";SI(C9=F9;"B";"C"))	=MIN(B9:D9)
10	=A9+1	20	=0,15*A10	=12+0,05*A10	=SI(B10=F10;"A";SI(C10=F10;"B";"C"))	=MIN(B10:D10)
11	=A10+1	20	=0,15*A11	=12+0,05*A11	=SI(B11=F11;"A";SI(C11=F11;"B";"C"))	=MIN(B11:D11)
12	=A11+1	20	=0,15*A12	=12+0,05*A12	=SI(B12=F12;"A";SI(C12=F12;"B";"C"))	=MIN(B12:D12)
13	=A12+1	20	=0,15*A13	=12+0,05*A13	=SI(B13=F13;"A";SI(C13=F13;"B";"C"))	=MIN(B13:D13)

Exécution :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	n	tarif A	tarif B	tarif C	choisir	prix					
119	118	20	17,7	17,9	B	17,7					
120	119	20	17,85	17,95	B	17,85					
121	120	20	18	18	B	18					
122	121	20	18,15	18,05	C	18,05					
123	122	20	18,3	18,1	C	18,1					
124	123	20	18,45	18,15	C	18,15					
125	124	20	18,6	18,2	C	18,2					
126	125	20	18,75	18,25	C	18,25					

jusqu'à 120 SMS, tarif B
entre 120 et 160 SMS, tarif C
à partir de 160, tarif A.

La solution Algorithmique :

Exécution :

```
▼ VARIABLES
  | N EST_DU_TYPE NOMBRE
  | A EST_DU_TYPE NOMBRE
  | B EST_DU_TYPE NOMBRE
  | C EST_DU_TYPE NOMBRE
▼ DEBUT_ALGORITHME
  | LIRE N
  | A PREND_LA_VALEUR 20
  | B PREND_LA_VALEUR 0.15*N
  | C PREND_LA_VALEUR 12+0.05*N
  ▼ SI (A<=B ET A<=C) ALORS
    | DEBUT_SI
    | AFFICHER "forfait A pour "
    | AFFICHER A
    | AFFICHER " euros"
    | FIN_SI
  ▼ SI (B<=A ET B<=C) ALORS
    | DEBUT_SI
    | AFFICHER "forfait B pour "
    | AFFICHER B
    | AFFICHER " euros"
    | FIN_SI
  ▼ SI (C<=A et C<=B) ALORS
    | DEBUT_SI
    | AFFICHER "forfait C pour "
    | AFFICHER C
    | AFFICHER " euros"
    | FIN_SI
  FIN_ALGORITHME
```

AlgoBox

Entrer N :
(utiliser le . comme séparateur décimal)
(exemples de syntaxe possible : -3 ; 2.6 ; 4/3 ; 1+sqrt(3) ; ...)

Résultats

```
***Algorithme lancé***
forfait B pour 2.25 euros
***Algorithme terminé***
```

AlgoBox

Entrer N :
(utiliser le . comme séparateur décimal)
(exemples de syntaxe possible : -3 ; 2.6 ; 4/3 ; 1+sqrt(3) ; ...)

Résultats

```
***Algorithme lancé***
forfait C pour 19 euros
***Algorithme terminé***
```

AlgoBox

Entrer N :
(utiliser le . comme séparateur décimal)
(exemples de syntaxe possible : -3 ; 2.6 ; 4/3 ; 1+sqrt(3) ; ...)

Résultats

```
***Algorithme lancé***
forfait A pour 20 euros
***Algorithme terminé***
```

Problème

Nombre de segments joignant $n + 1$ *points* :

On est amené à calculer la somme des entiers de 1 à n .

La solution Tableur :

	A	B
1	<i>n</i>	somme
2	1	1
3	2	=B2+A3

Exécution :

	A	B
1	<i>n</i>	somme
2	1	1
3	2	3
4	3	6
5	4	10
6	5	15
7	6	21
8	7	28
9	8	36
10	9	45
11	10	55

Ses limites :

- Nécessité d'une recopie pour une nouvelle valeur de *n*
- Limitation à *n* = 65 535

La solution Algorithmique :

▼ VARIABLES

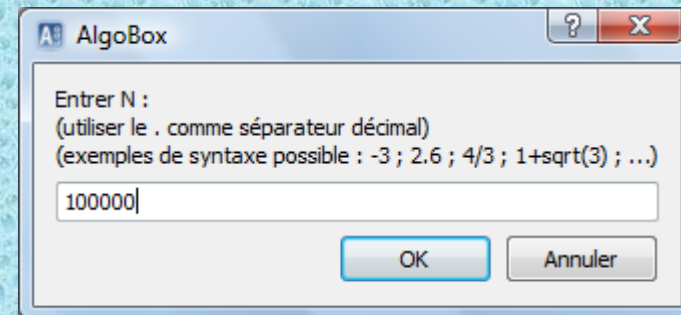
- N EST_DU_TYPE NOMBRE
- S EST_DU_TYPE NOMBRE
- I EST_DU_TYPE NOMBRE

▼ DEBUT_ALGORITHME

- LIRE N
- S PREND_LA_VALEUR 0
- ▼ POUR I ALLANT_DE 1 A N
 - DEBUT_POUR
 - S PREND_LA_VALEUR S+I
 - FIN_POUR
- AFFICHER "La somme des entiers de 1 à "
- AFFICHER N
- AFFICHER " est "
- AFFICHER S

FIN_ALGORITHME

Exécution :



Résultats

```
***Algorithme lancé***  
La somme des entiers de 1 à 100000 est 5.00005e+9  
***Algorithme terminé***
```


Problème

Épargne :

Pour sa naissance, en 2009, les grands-parents de Gabriel placent une somme de 1 500 € sur son livret d'épargne rémunéré à 2,25 %.

En quelle année la somme aura-t-elle doublée ?

La solution Tableur :

	A	B	C
1	année	capital	
2	2009	1 500,00 €	
3	2010	=B2*(1+2,25/100)	

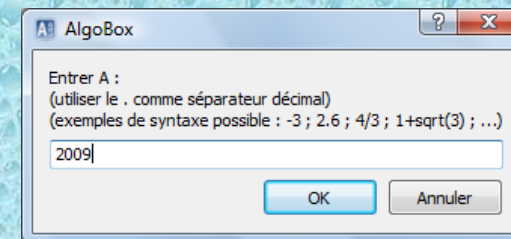
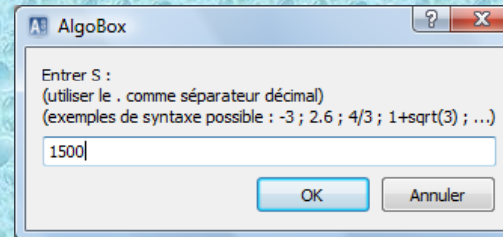
Exécution :

	A	B
1	année	capital
29	2036	2 735,27 €
30	2037	2 796,82 €
31	2038	2 859,75 €
32	2039	2 924,09 €
33	2040	2 989,88 €
34	2041	3 057,15 €

La solution Algorithmique :

```
▼ VARIABLES
  |
  |— S EST_DU_TYPE NOMBRE
  |— A EST_DU_TYPE NOMBRE
  |— I EST_DU_TYPE NOMBRE
▼ DEBUT_ALGORITHME
  |
  |— AFFICHER "Quel est le montant du placement ? "
  |— LIRE S
  |— AFFICHER S
  |— AFFICHER "Quelle est l'année du placement ? "
  |— LIRE A
  |— AFFICHER A
  |— I PREND_LA_VALEUR S
  ▼ TANT_QUE (I < 2*S) FAIRE
    |
    |— DEBUT_TANT_QUE
    |— I PREND_LA_VALEUR I*(1+2.25/100)
    |— A PREND_LA_VALEUR A+1
    |— FIN_TANT_QUE
  |— AFFICHER "La capital aura doublé en l'année : "
  |— AFFICHER A
  |
  |— FIN_ALGORITHME
```

Exécution :



Résultats

```
***Algorithmme lancé***
Quel est le montant du placement ? 1500
Quelle est l'année du placement ? 2009
La capital aura doublé en l'année : 2041
***Algorithmme terminé***
```

Algorithme

« un algorithme est une suite finie de règles à appliquer dans un ordre déterminé à un nombre fini de données pour arriver, en un nombre fini d'étapes, à un certain résultat et cela indépendamment des données. »

Encyclopaedia Universalis

Les objectifs de l'algorithmique en classe de seconde

« Dans la classe de seconde, la découverte de l'algorithmique permettra d'étudier certaines notions sous un angle différent ... »

« Au collège, les élèves ont rencontré des algorithmes (algorithmes opératoires, algorithme des différences, algorithme d'Euclide, algorithmes de construction en géométrie).

Ce qui est proposé dans le programme est une formalisation en langage naturel. »

La sensibilisation de l'élève à la question de la « démarche algorithmique » pourra se faire en évitant toute technicité ou exposé systématique.

L'enseignement de l'algorithmique ne relève pas, à ce niveau, de cours spécifiques ; au contraire l'introduction de chaque nouvel élément devrait apparaître lors de la résolution de problèmes pour lesquels les démarches habituelles sont malcommodes ou peu performantes.

« La pratique de l'algorithmique ne se résume pas à l'écriture de programmes ; il serait même judicieux de ne pas commencer par là.

Il ne s'agit pas de former des programmeurs mais de faire en sorte que les mathématiques et l'algorithmique soient au service d'activités de résolution de problèmes pour les sciences.

Il convient donc de proposer aux élèves des situations, activités et organisations pédagogiques variées. »

Les trois modalités fondamentales de l'activité en algorithmique :

- Analyser le fonctionnement ou le but d'un algorithme existant ;
- Modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat précis ;
- Créer un algorithme en réponse à un problème donné.

L'algorithmique a une place naturelle dans tous les champs des mathématiques et les problèmes posés doivent être en relation avec les autres parties du programme (fonctions, géométrie, statistiques et probabilité, logique) mais aussi avec les autres disciplines ou la vie courante.

Enfin, l'écriture d'algorithmes pourrait par ailleurs être l'occasion de développer le travail en équipe dans le cadre de la réalisation de petits projets.

Quels outils choisir ?

Trois exemples ...

- Algobox



- La calculatrice



- Un logiciel de programmation : Xcas



La complexification de l'algorithme détermine de manière plus ou moins ouverte le choix de l'instrument (temps de calcul, lisibilité de l'algorithme).

« aucun logiciel ou langage n'est imposé par le programme »

Quelles compétences développées ?

- Comprendre ce que sont les données initiales (ou entrées),
- Comprendre ce que sont les affichages (ou sorties),
- Comprendre la notion de déroulement séquentiel (qui n'apparaît pas dans l'utilisation du tableur),
- Comprendre la logique et le rôle d'un branchement conditionnel ou non.

- Être capable de mobiliser ses connaissances mathématiques pour élaborer un algorithme adapté au problème posé et l'exploiter, pour tester, valider, améliorer un algorithme donné,
- Être capable d'expérimenter, de faire des essais, d'émettre une conjecture,
- Être capable de tester, de valider ou d'invalider une conjecture, ...
- Être capable de rendre compte de sa recherche.