

# Éléments de correction : stat-probas

## Exercice 1

1. atelier algo « ex pile ou face »

$$2.a. f \in \left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right], \text{ donc ici } f \in \left[ 0,5 - \frac{1}{\sqrt{100}}; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{100}} \right].$$

On peut donc conclure que 95% des valeurs de  $f$  sont comprises entre 0,4 et 0,6.

b. On utilise le programme « pileface » pour obtenir ces 20 valeurs : au plus une seule est en dehors de cet intervalle. Or 95% de 20 est égale à 19 donc ce résultat est conforme à la définition de l'intervalle de fluctuation au seuil de risque de 95%.

3.

On constate la stabilisation des fréquences en la valeur 0,5 (loi des grands nombres)

## Exercice 2

### 1ere analyse $p=0,5$ et $n=900$

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est

$$\left[ 0,5 - \frac{1}{\sqrt{900}}; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{900}} \right] = [0,466; 0,534]$$

devant un résultat de 52% obtenu dans un sondage électoral sur 900 personnes, les journaux publient habituellement que A a pris l'avantage sur B.

Or le résultat 52% appartient à l'intervalle de fluctuation au seuil de 95%, donc 52% est parfaitement compatible avec l'hypothèse d'égalité des deux candidats

### 2ème analyse $f=0,52$ et $n=900$

l'intervalle de confiance au niveau 0,95 est :

$$\left[ 0,52 - \frac{1}{\sqrt{900}}; 0,52 + \frac{1}{\sqrt{900}} \right] = [0,486; 0,554]$$

Donc l'intervalle  $[0,486; 0,554]$  est la fourchette de sondage du candidat A.

Cette fourchette permet d'estimer la proportion réelle  $p$  de votants favorables à A.

Et dans ce cas aussi rien ne permet de conclure sur le résultat final des élections.

**Conclusion : le journal devrait informer ces lecteurs en diffusant les fourchettes de sondage car la 1ere analyse est trop technique pour être accessible à tous.**

## Exercice 3 Prise de décision doc ressource p17

On peut assimiler l'entreprise A à un échantillon de 100 personnes du modèle de Bernoulli avec  $p=0,5$

l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est  $[0,4; 0,6]$

On peut assimiler l'entreprise B à un échantillon de 2500 personnes du modèle de Bernoulli avec  $p=0,5$

l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est  $[0,48; 0,52]$

On se pose la question suivante « la parité est-elle respectée dans chaque cas ? »

Les fréquences observées c'est-à-dire pour A :43% et B :46% sont-elles compatibles avec le modèle choisi ?

**Pour l'entreprise A :**  $0,43 \in [0,4; 0,6]$

Le respect de la parité est une hypothèse acceptable

**Pour l'entreprise B :**  $0,46 \notin [0,48; 0,52]$

On peut rejeter l'hypothèse de parité ( avec le risque de prendre une mauvaise décision dans 5% des cas)

#### Exercice 4

Attention on ne peut pas appliquer le cours car  $p = 0,07$  ne vérifie pas les conditions d'application.

(En fait la loi binomiale est approchée dans ce cas par la loi de Poisson )

**On modélise la simulation par « l'urne de Bernoulli ».**

**Dans une urne on place 100 boules, 93 sont noires et 7 sont blanches.**

On applique  $n = 38$  fois le protocole suivant : on prélève au hasard, une boule de l'urne, si la boule est blanche, on marque 1 (défectueux) sinon on marque 0 (non défectueux) puis on la remet dans l'urne.

On réalise 10 000 simulations de ce type

On obtient les tableaux suivants.

Nombre de défectueux	0	1	2	3	4	5	6
Fréquences	0,06342	018145	0,25266	0,228821	0,15030	0,07693	0,03186

Nombre de défectueux	7	8	9	10	11	12	13
Fréquences	0,01066	0,00319	0,00080	0,00048	0,00003	0,00001	0,00000

Les entiers supérieurs à 13 ne figurent pas car leurs fréquences sont inférieures à  $10^{-5}$ .

Il faut retenir un critère pour prendre une décision ; c'est-à-dire « rejeter l'affirmation du responsable » ou bien « ne pas la rejeter ».

Nous allons choisir comme critère de décision la réalisation de l'événement « le nombre de défectueux est supérieur ou égal à 6 »

Avec le résultat de notre simulation , la fréquence de cet événement est 0,047.

Cet événement est suffisamment peu probable pour que nous prenions la décision de rejeter l'affirmation du responsable avec un risque environ de 5% d'erreur.

Cette simulation a éclairé le choix et permet aussi de justifier ce choix.