

# GEOGEBRA : Les indispensables

## Préambule

GeoGebra est un logiciel de géométrie dynamique dans le plan qui permet de créer des figures dans lesquelles il sera possible de déplacer des objets afin de vérifier si certaines conjectures ne sont pas dues uniquement à un positionnement particulier des objets.

GeoGebra crée en réalité un programme de construction d'une figure avec des outils très proches des outils papier-crayon traditionnels ; il est possible de créer directement une droite (d), le logiciel créant automatiquement deux points A et B par lesquels passera cette droite.

On verra apparaître dans la **fenêtre d'algèbre** (sur le côté gauche de l'écran) la liste des **objets libres** (ils peuvent être déplacés à l'aide de la souris) et la liste des **objets dépendants** (ils sont les descendants d'autres objets).

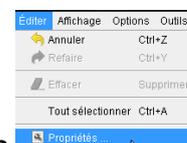
Si l'on supprime un objet, on supprime tous ses descendants : dans l'exemple précédent, la suppression du point A entraîne la suppression de la droite (d).

On peut « voir » sur une figure des objets qui n'existent pas pour GeoGebra car ils n'ont pas été créés : par exemple si l'on crée deux droites (d1) et (d2) qui sont apparemment sécantes, on voit leur point d'intersection ; pour utiliser celui-ci pour une construction il suffit de le désigner et GeoGebra en effectuera automatiquement la création.

- Tous les objets créés par GeoGebra le sont dans un repère orthonormé prédéfini ; ces objets apparaissent tous dans la **fenêtre d'algèbre** avec leurs coordonnées (pour les points) ou leur équation (pour les droites, ...). Un clic droit sur le nom d'un objet dans la **fenêtre d'algèbre** permet de modifier ses propriétés grâce au menu contextuel.
- Remarque : si l'on a choisi de ne pas faire afficher la **fenêtre d'algèbre** :



Menu → Affichage (décocher : Fenêtre d'algèbre),



on peut modifier les propriétés de chacun des objets : Menu → Éditer → Propriétés

- Les mesures effectuées par GeoGebra sont en unité de mesure de ce repère prédéfini.
- Tous les objets créés par GeoGebra sont nommés par défaut : le nom d'un objet commence obligatoirement par une lettre et ne doit pas comporter d'espaces (*attention* : si on donne à un objet un nom déjà utilisé, GeoGebra renomme automatiquement l'objet précédent en ajoutant un numéro à l'ancien nom).
- Les noms de tous les objets apparaissent dans la **fenêtre d'algèbre** ; le réglage par défaut de GeoGebra les fait afficher sur la figure :
  - pour les points et les vecteurs, on retrouve dans cette fenêtre leurs coordonnées ;
  - pour les objets de type ligne (droites, cercles, coniques) on retrouve dans cette fenêtre leur équation.

**Les exercices de cette rubrique sont conçus pour être réalisés dans l'ordre. Ainsi, pour un exercice donné, seuls les nouveaux outils sont indiqués, c'est à dire ceux n'ayant pas été utilisés dans les exercices précédents.**

**Sauf mention contraire, il faudra ouvrir une nouvelle figure du plan pour chaque exercice avec : Fichier → Nouveau.**

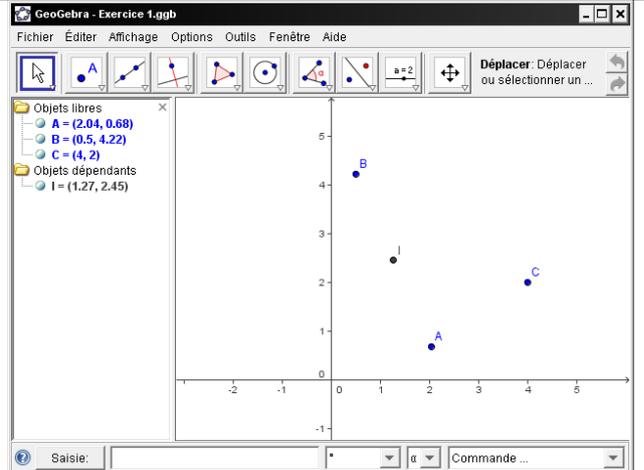
**Attention** : les copies d'écran correspondent à la version **GeoGebra 3.0.0.0** en téléchargement en juin 2008.

**Exercice 1.**

**Notions à acquérir :**

**Les points**

- Création d'un point libre ;
- Création d'un point « fixe » (non mobile sur la figure) ;
- Suppression d'un objet ;
- Création d'un point repéré ;
- Création du milieu d'un segment ;
- Pilotage d'un objet à la souris, au clavier.



**Travail à réaliser :**

- a. Faire afficher le repère prédéfini ;
- b. Créer trois points libres A, B et C ;
- c. Supprimer le point C ;
- d. Bloquer le point B ;
- e. Créer le point C de coordonnées (4 ; 2) ;
- f. Créer le milieu I du segment [AB] ;
- g. Déplacer le point A à l'aide de la souris ;
- h. Déplacer le point A à l'aide du clavier.

**Outils à utiliser :**

- **Pour faire afficher le repère prédéfini :**



Menu : Affichage

- **Pour créer un point libre :**



**Cliquer sur l'icône** : cliquer ensuite sur l'emplacement où l'on désire placer les différents points.

- **Pour supprimer un objet :**

**Clic droit sur l'objet → Effacer.**

- **Pour bloquer un point libre :**

**Clic droit sur l'objet → Propriétés :** dans l'onglet **Basique**, cocher « **Objet fixe** ».

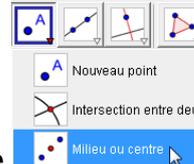
- **Pour créer un point repéré :**

**Dans la zone de saisie :** taper C=(4,2), puis Valider par **Entrée**.



**Attention :** ce point n'est pas fixe ; pour le fixer, il faut appliquer la procédure précédente.

- **Pour créer le milieu d'un segment**



**Cliquer sur l'icône** (il suffit alors de désigner à la souris les extrémités du segment).

**Attention :** par défaut ce point s'appellera D ; pour le renommer : **Clic droit sur l'objet → Renommer.**

- **Pour déplacer un point à l'aide de la souris :**



**Cliquer sur l'icône** : cliquer sur le point, on

obtient le curseur et déplacer la souris sans relâcher le bouton gauche.

- **Pour déplacer un objet libre à l'aide du clavier :**

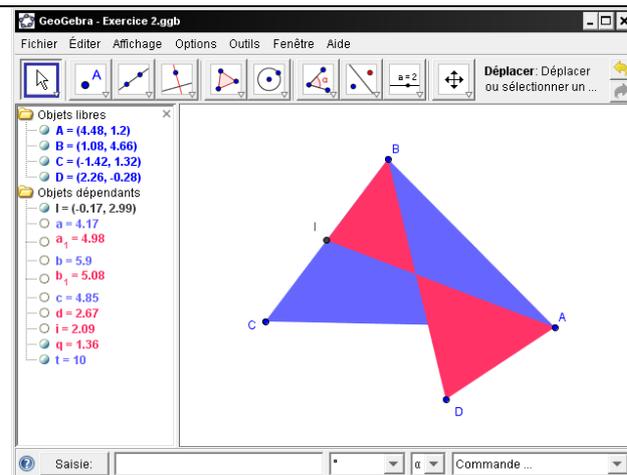
**Cliquer, dans la fenêtre d'algèbre sur le nom de l'objet :** utiliser les flèches du clavier G, D, H ou B.

Exercice 2.

Notions à acquérir :

Mise en forme d'un objet

- Création d'un polygone ;
- Mise en forme d'un objet.

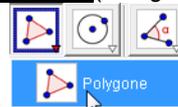


Travail à réaliser :

- a. Créer trois points libres A, B et C ;
- b. Créer le triangle ABC, le nommer t ;
- c. Créer le milieu I du segment [BC] ;
- d. Créer un point libre D ;
- e. Placer ce point à l'extérieur du triangle ABC, s'il ne l'est déjà ;
- f. Créer le quadrilatère AIBD, le nommer q ;
- g. Remplir en rouge le quadrilatère AIBD ;
- h. Remplir en bleu le triangle ABC.

Nouveaux outils à utiliser :

- **Pour créer un polygone** (triangle, quadrilatère, ...) :



Cliquer sur l'icône (il suffit alors de cliquer sur les sommets du polygone en n'oubliant pas de le fermer).

**Attention** : on voit apparaître sur la figure un nom par défaut (a, b, ...) pour chacun des côtés ainsi que la longueur de ces côtés dans la fenêtre d'algèbre. **Pour supprimer ces indications** : clic droit sur le côté → Décocher « **Afficher l'étiquette** ».

- **Pour remplir un « fermé » :**

(les polygones sont automatiquement remplis par défaut)

**Clic droit sur l'objet → Propriétés** : dans l'onglet **Couleur**, choisir la couleur, puis dans l'onglet **Style**, choisir le pourcentage de remplissage (0 : totalement transparent, 100 : entièrement opaque).

- **Pour annuler un remplissage :**

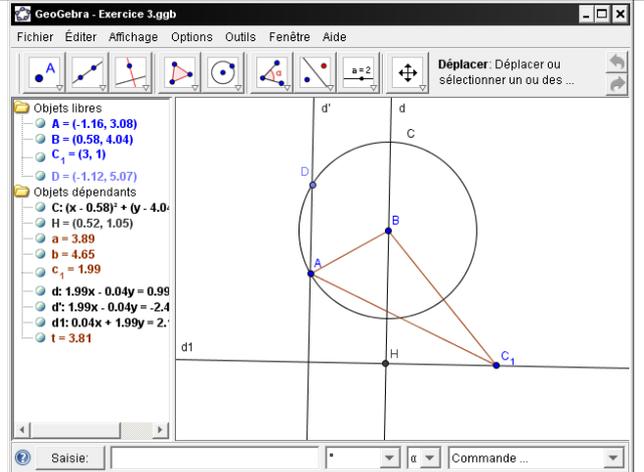
**Clic droit sur l'objet → Propriétés** : dans l'onglet **Style**, mettre le pourcentage de remplissage à 0.

**Exercice 3.**

**Notions à acquérir :**

**Les lignes**

- Création d'un cercle de centre donné passant par un point ;
- Création d'un point libre sur un cercle ;
- Création d'une droite passant par deux points ;
- Création d'une droite parallèle à une droite donnée ;
- Création d'une droite perpendiculaire à une droite donnée ;
- Création du point d'intersection de deux droites.



**Travail à réaliser :**

**Cercle – Droites – Parallèles - Perpendiculaires**

- a. Créer trois points libres A, B et C ;
- b. Créer le triangle ABC, le nommer t ;
- c. Bloquer les points A, B et C ;
- d. Créer le cercle  $\mathcal{C}$  de centre B passant par A ;
- e. Créer un point D libre sur le cercle  $\mathcal{C}$  ;
- f. Créer la droite (AD) ;
- g. Créer la droite  $\mathcal{D}$  passant par B et parallèle à la droite (AD) ;
- h. Créer la droite  $\mathcal{D}1$  passant par C et perpendiculaire à la droite  $\mathcal{D}$  ;
- i. Créer le point d'intersection H des droites  $\mathcal{D}$  et  $\mathcal{D}1$  ;
- j. Déplacer le point D sur le cercle  $\mathcal{C}$  ; que peut-on conjecturer ?
- k. Enregistrer la figure sous le nom exercice3.ggb

**Nouveaux outils à utiliser :**

- **Pour créer un cercle passant par un point donné :**

Cliquer sur l'icône  : cliquer sur le centre, puis sur le point par lequel doit passer le cercle.

- **Pour créer un point libre sur un cercle :**

Cliquer sur l'icône  , puis cliquer sur le cercle.

- **Pour créer une droite passant par deux points :**

Cliquer sur l'icône  , puis désigner les deux points.

- **Pour créer une droite parallèle :**

Cliquer sur l'icône  ; désigner le point, puis la droite.

- **Pour créer une droite perpendiculaire :**

Cliquer sur l'icône  : désigner le point, puis la droite.

- **Pour créer le point d'intersection de deux droites :**

Cliquer sur l'icône  ; désigner ensuite chacune des droites.

- **Pour enregistrer une figure :**

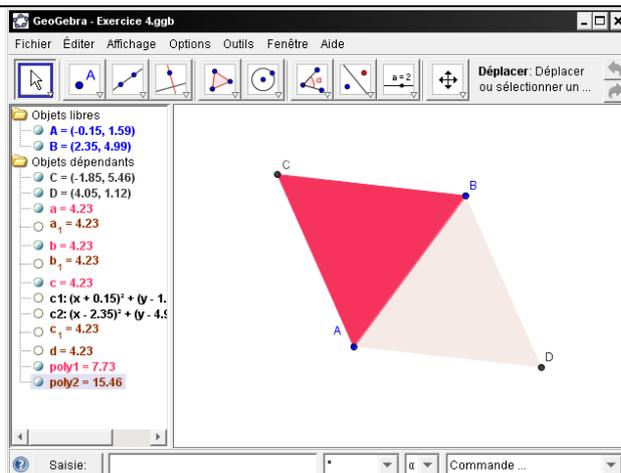
**Menu :** Fichier → Enregistrer sous.

**Exercice 4.**

**Notions à acquérir :**

**Report de longueurs – Aspect des objets**

- Report de longueurs à l'aide d'un cercle ;
- Cacher/Montrer des objets.



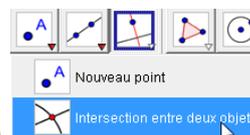
**Travail à réaliser :**

**Triangle équilatéral et losange**

- a. Créer deux points libres A et B ;
- b. Créer le cercle  $\mathcal{C}_1$  de centre A passant par B ;
- c. Créer le cercle  $\mathcal{C}_2$  de centre B passant par A ;
- d. Créer les deux points d'intersection des cercles  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  : ils seront appelés C et D ;
- e. Cacher les cercles  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  ;
- f. Créer le triangle ABC et le remplir en rouge ;
- g. Créer le losange ACBD.

**Nouveaux outils à utiliser :**

- **Pour créer un point d'intersection de deux cercles :**



Cliquer sur l'icône **Intersection entre deux objets** ; désigner ensuite chacun des cercles (GeoGebra crée automatiquement les deux points d'intersection).

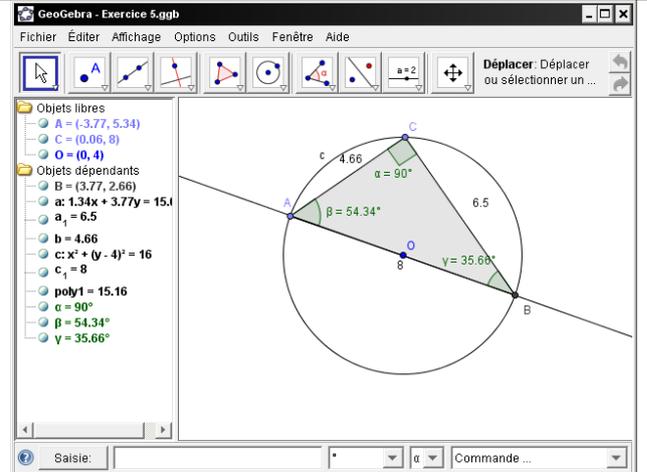
- **Pour cacher un objet :**  
Clic droit sur l'objet : décocher « **Afficher l'objet** »
- **Pour montrer un objet caché :**  
Clic droit sur le nom de l'objet dans la fenêtre d'algèbre : cocher « **Afficher l'objet** » ; si la fenêtre d'algèbre est fermée, passer par le menu **Éditer** → **Propriétés**.

**Exercice 5.**

**Notions à acquérir :**

**Les affichages**

- Créer un cercle de rayon donné ;
- Afficher une mesure (longueur, angle).



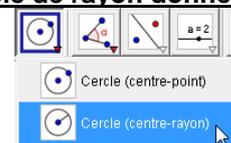
**Travail à réaliser :**

**Triangle inscrit dans un demi-cercle**

- a. Créer un point libre O ;
- b. Créer le cercle  $\mathcal{C}$  de centre O et de rayon 4 ;
- c. Créer deux points A et B diamétralement opposés sur le cercle  $\mathcal{C}$  (créer d'abord A sur le cercle, puis B comme étant l'intersection du cercle  $\mathcal{C}$  et de la droite (OA)) ;
- d. Créer un point libre C sur le cercle  $\mathcal{C}$  ;
- e. Créer le triangle ABC ;
- f. Créer un affichage des longueurs des côtés du triangle ABC ;
- g. Créer un affichage des mesures (en degrés) des angles de ce triangle.
- h. Déplacer le point C sur le cercle  $\mathcal{C}$ .

**Nouveaux outils à utiliser :**

- **Pour créer un cercle de rayon donné :**



Cliquer sur l'icône  ; désigner ensuite le centre, puis dans la fenêtre qui s'ouvre taper la valeur du rayon (en unités du repère orthonormé).

- **Pour créer le deuxième point d'intersection d'une droite et d'un cercle :**



Cliquer sur l'icône  : désigner le point d'intersection des deux objets.

- **Pour afficher la longueur d'un segment :**

- a) **Clic droit sur le segment :** cocher « **Afficher l'étiquette** ».
- b) **Clic droit sur le segment :** cliquer sur Propriétés, puis dans l'onglet **Basique**, pour Afficher l'étiquette : choisir « **Valeur** ».

- **Pour afficher la mesure d'un angle :**



Cliquer sur l'icône  : désigner ensuite l'angle (point, sommet, point) dans le sens trigonométrique

**Attention :** vérifier quelle est l'unité par défaut

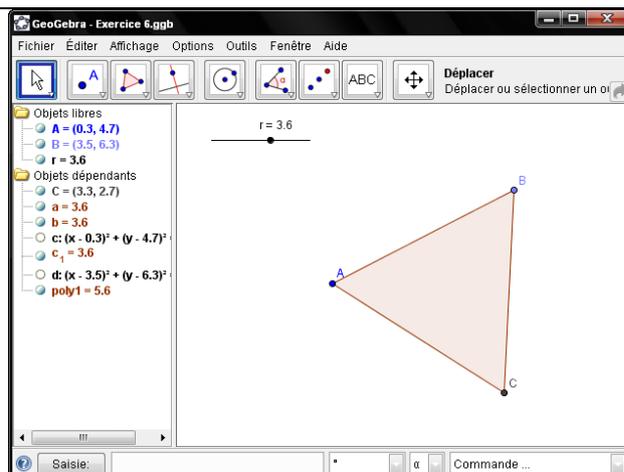


Exercice 6.

Notions à acquérir :

Les variables

- Création d'une variable ;
- Affichage d'une variable ;
- Pilotage d'une variable ;
- Création d'un objet en utilisant une variable.



Travail à réaliser :

Triangle équilatéral de côté variable

- a. Créer une variable réelle  $r$  dans l'intervalle  $[0 ; 6]$  avec un pas de pilotage de 0,6 ;
- b. Créer un affichage de la valeur de  $r$  à 1 décimale sur la figure ;
- c. Modifier la valeur de  $r$  au clavier ;
- d. Créer un point libre A ;
- e. Créer un triangle ABC équilatéral de côté  $r$  ;
- f. Cacher les outils de construction inutiles ;
- g. Modifier la valeur de  $r$  afin d'obtenir  $r = 3,6$  ;
- h. Déplacer le point A à la souris.

Nouveaux outils à utiliser :

• Pour créer une variable réelle :

Dans la zone de saisie : taper  $r = 3$ , puis Valider.



• Pour limiter une variable réelle à un intervalle :

Clic droit sur l'objet → Propriétés : dans l'onglet **Curseur**, indiquer les bornes de l'intervalle ainsi que l'incrément (il détermine le pas de pilotage au clavier et à la souris).

• Pour modifier les paramètres de pilotage d'un objet au clavier :

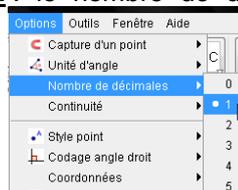
Même manipulation que ci-dessus et changer la valeur de l'incrément.

**Attention** : ceci n'est valable que pour les variables numériques libres.

• Pour afficher la valeur d'une variable :

Clic droit sur le nom de la variable dans la **fenêtre d'algèbre** : cocher « **Afficher l'objet** » ; la variable apparaît munie d'un curseur permettant de modifier sa valeur à la souris ;

**Attention** : le nombre de décimales affichées se



régle par ; ce réglage est celui de tous les affichages.

• Pour modifier la valeur d'une variable numérique libre :

Cliquer, dans la **fenêtre d'algèbre** sur le nom de la variable : utiliser les flèches du clavier G, D, H ou B ;

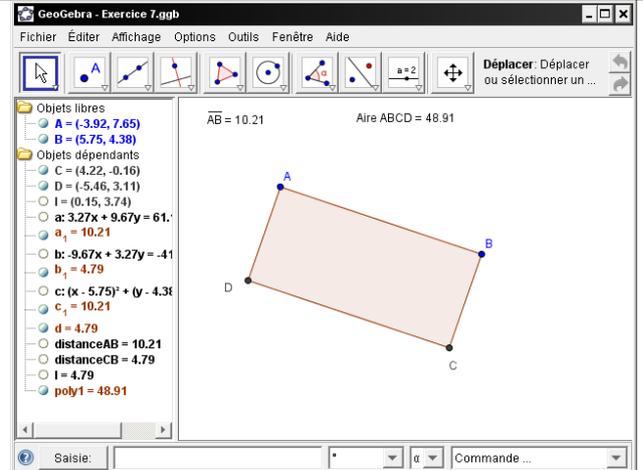
**Attention** : ceci n'est possible que si la fenêtre d'algèbre est ouverte.

Exercice 7.

Notions à acquérir :

Les calculs

- Création d'un calcul algébrique à partir de données d'une figure ;
- Affichage du résultat d'un calcul.



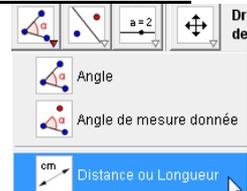
Travail à réaliser :

Aire d'un rectangle ABCD de périmètre fixe : 30

- a. Créer deux points libres A et B ;
- b. Faire afficher la longueur du côté [AB] ;
- c. Calculer la longueur  $l$  de l'autre côté de ce rectangle ;
- d. Faire afficher  $l$  ;
- e. Créer le 3<sup>ème</sup> sommet C du rectangle ;
- f. Créer le 4<sup>ème</sup> sommet D du rectangle ;
- g. Créer le rectangle ABCD ;
- h. Le remplir en rose ;
- i. Cacher les constructions inutiles ;
- j. Calculer l'aire du rectangle, nommer ce calcul *aire* ;
- k. Faire afficher la valeur de cette aire ;
- l. Déplacer à la souris le point B et regarder les variations de l'aire ; que peut-on conjecturer ?

Nouveaux outils à utiliser :

• Pour faire afficher une distance :



Cliquer sur l'icône ; désigner ensuite successivement les deux points.

La distance s'affiche sous la forme  $\overline{AB} = 10.21$  ; effectuer un clic droit sur cet objet, puis cocher « Position absolue sur l'écran » pour le positionner où on le désire.

• Pour créer un calcul algébrique :

Dans la zone de saisie : taper  $l = 15 - \text{Distance}[A,B]$



Une aide peut être obtenue en utilisant **Commande** → **Distance** (en bas à droite)

**Attention** : l'affichage de la valeur de  $l$  se fait dans la fenêtre d'algèbre.

• Pour calculer une aire :



Cliquer sur l'icône ; puis désigner le « fermé » dont on veut obtenir l'aire.

• Remarque :

Il sera peut-être nécessaire de réduire la figure à l'aide soit de la molette centrale de la souris, soit de

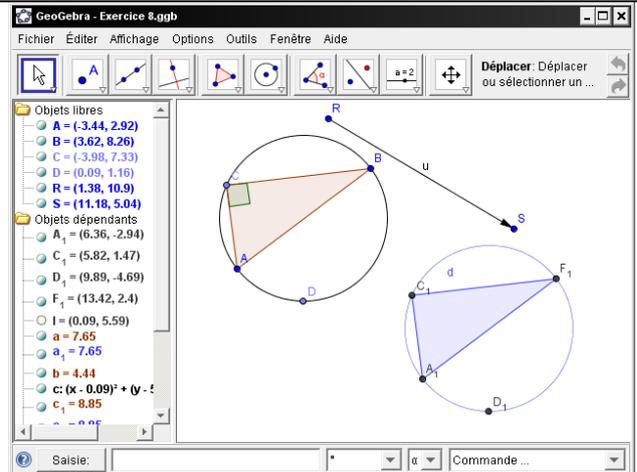


Exercice 8.

Notions à acquérir :

Transformations

- Image d'un point par une transformation.



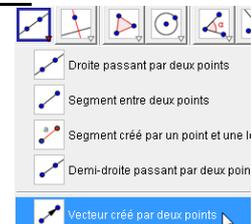
Travail à réaliser :

Images de figures par une translation

- Créer un triangle ABC rectangle en C ;
- Créer deux points libres R et S ;
- Créer le vecteur  $\overline{RS}$  ;
- Créer les points A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub> et C<sub>1</sub> images respectives des points A, B et C par la translation de vecteur  $\overline{RS}$  ;
- Créer le triangle A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub> ;
- Déplacer à la souris le point R ou/et le point S ;
- Créer le cercle  $\mathcal{C}$  circonscrit au triangle ABC ;
- Créer un point D libre sur le cercle  $\mathcal{C}$  ;
- Créer l'image D<sub>1</sub> du point D par la translation de vecteur  $\overline{RS}$  ;
- Déplacer à la souris le point D sur le cercle  $\mathcal{C}$  : que peut-on conjecturer ?
- Créer le cercle  $\mathcal{C}_1$  image du cercle  $\mathcal{C}$  par la translation de vecteur  $\overline{RS}$ .

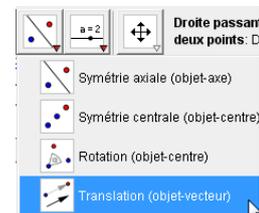
Nouveaux outils à utiliser :

- Pour créer un vecteur :



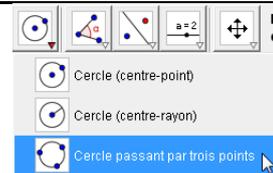
Cliquer sur l'icône  ; puis désigner l'origine et l'extrémité du vecteur.

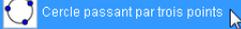
- Pour créer l'image d'un objet par une translation :



Cliquer sur l'icône  ; puis désigner l'objet dont on veut obtenir l'image, puis le vecteur de la translation.

- Pour créer le cercle circonscrit à un triangle :



Cliquer sur l'icône  ; puis désigner les trois sommets du triangle.

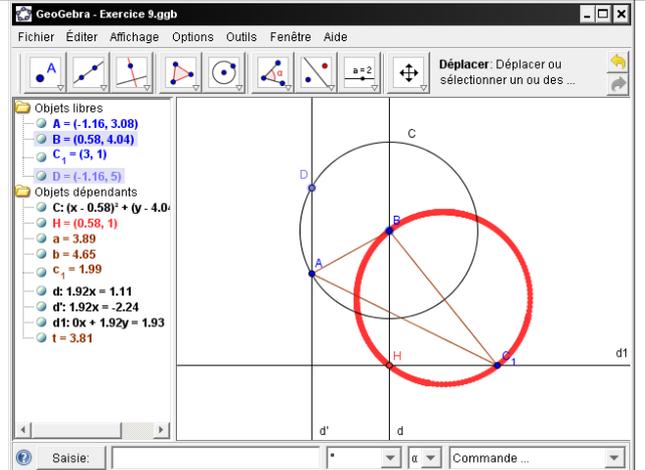
**Exercice 9.**

**Notions à acquérir :**

**Mode trace**

**Travail à réaliser :**

- Ouvrir le fichier de l'exercice 3 ;
- Choisir de laisser la trace du point H ;
- Se placer en mode trace ;
- Déplacer le point D sur le cercle  $\mathcal{C}$  et observer.



**Nouveaux outils à utiliser :**

- **Pour qu'un objet puisse laisser sa trace :**  
**Clic droit sur l'objet :** cliquer sur « **Trace activée** ».

**Attention :** la trace d'un objet n'est pas elle-même un objet de GeoGebra : effectuer un **Clic droit sur l'objet** : cliquer sur « **Trace activée** ». La trace disparaît.

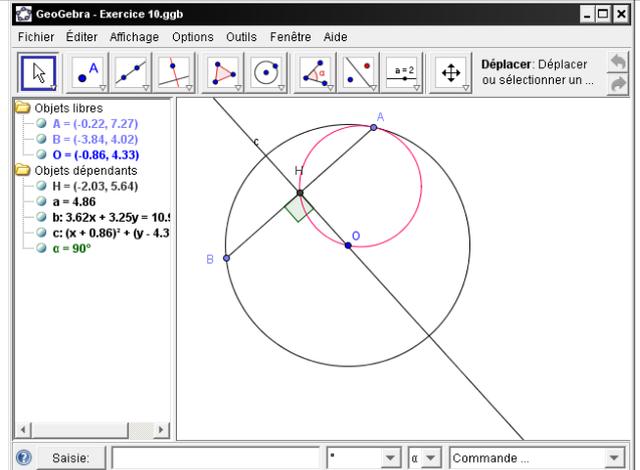
Le principe peut s'expliquer de la manière suivante :

- si par **la manipulation précédente** on choisit un objet qui doit laisser sa trace, cela revient à placer un crayon sur ce point ;
- en déplaçant le « pilote » (ici le point D) le point H muni du crayon laisse une trace éphémère sur la feuille.

Exercice 10.

Notions à acquérir :

Lieu d'un point

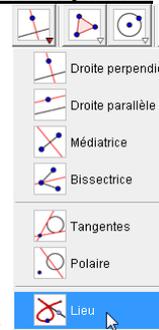


Travail à réaliser :

- Créer un point libre  $O$  dans le plan ;
- Créer le cercle  $c$  de centre  $O$  et de rayon 3 ;
- Créer un point  $A$  fixe sur le cercle  $c$  ;
- Créer un point  $B$  libre sur le cercle  $c$  ;
- Créer le segment  $[AB]$  ;
- Créer le projeté orthogonal  $H$  du point  $O$  sur la droite  $(AB)$  ;
- Faire apparaître la trace du point  $H$  lorsque  $B$  se déplace sur le cercle  $c$  ;
- Déplacer le point  $O$  à l'aide de la souris : que constate-t-on ?
- Sortir du mode trace ;
- Créer le lieu du point  $H$  (pilote  $B$ ) ;
- Déplacer le point  $O$  à l'aide de la souris : que constate-t-on ?
- Enregistrer le fichier sous le nom exercice10.g2w.

Nouveaux outils à utiliser :

- Pour créer le lieu d'un point :**



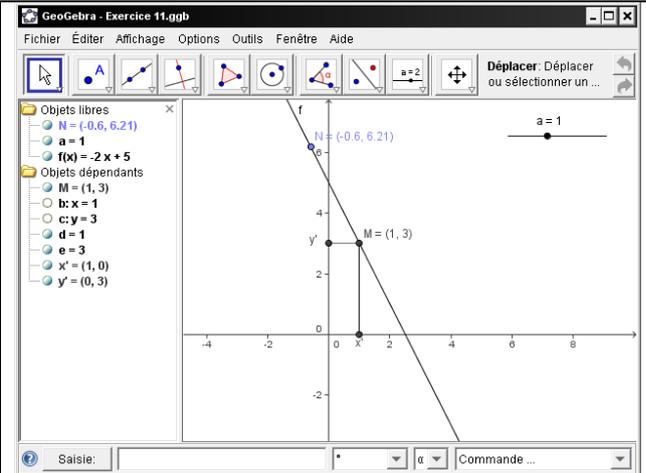
Cliquer sur l'icône **Lieu** ; puis désigner le point dont on veut obtenir le lieu (ici  $H$ ), puis le pilote (ici  $B$ ).

**Exercice 11.**

**Notions à acquérir :**

**Utilisation de GeoGebra en analyse**

- Création d'une fonction ;
- Création de la représentation graphique d'une fonction ;
- Création d'un point mobile sur la représentation graphique d'une fonction (2 méthodes).



**Travail à réaliser :**

- a. Créer la fonction  $f$  définie par  $f(x) = -2x + 5$  ;
- b. Faire afficher le repère prédéfini ;
- c. Créer la variable réelle  $a$  libre dans l'intervalle  $[-1 ; 4]$  ;  
**Attention** : dans GeoGebra il n'est pas possible de créer une variable ayant comme nom  $x$  ou  $y$  (cela crée en réalité une droite parallèle à l'axe des ordonnées ou à l'axe des abscisses).
- d. Créer le point repéré  $M(a ; f(a))$  ;
- e. Faire afficher les coordonnées du point  $M$  sur le graphique ;
- f. Créer les projetés orthogonaux  $x'$  et  $y'$  du point  $M$  sur les axes de coordonnées ;
- g. Créer les segments  $[Mx']$  et  $[My']$  ;
- h. Piloter  $a$  au clavier afin de déplacer le point  $M$  sur la représentation graphique de la fonction  $f$ .  
**Remarque** : dans ce cas le point  $M$  ne varie qu'avec une abscisse comprise entre  $-1$  et  $4$ .
- i. **Autre méthode** : créer un point  $N$  libre sur la représentation graphique de la fonction  $f$  ; faire afficher ses coordonnées, puis le déplacer à l'aide de la souris : il n'est pas limité à une abscisse comprise entre  $-1$  et  $4$ .

**Nouveaux outils à utiliser :**

• **Pour créer une fonction :**

**Dans la zone de saisie :** taper  $f(x) = -2x+5$ , puis Valider.



**Remarque :** la représentation graphique de la fonction dans le repère prédéfini est automatiquement créée.

**Attention :** cet objet n'est pas un objet fixe ; bien penser à le bloquer avant tout travail ultérieur.

• **Pour créer l'affichage des coordonnées d'un point :**

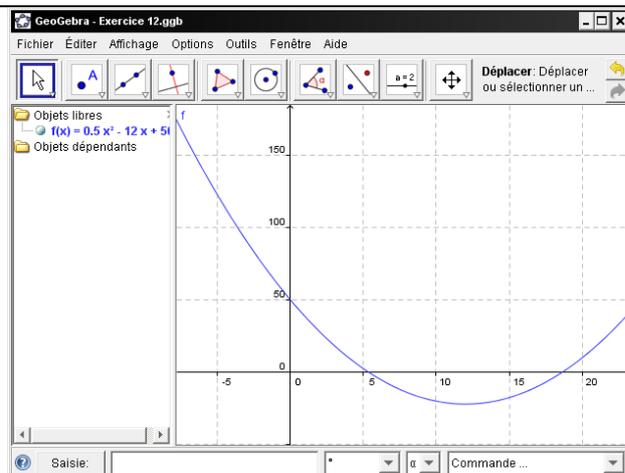
**Clic droit sur le point :** cliquer sur Propriétés, puis dans l'onglet **Basique**, pour Afficher l'étiquette : choisir « **Nom & Valeur** ».

Exercice 12.

Notions à acquérir :

Utilisation d'un repère « adéquat »

- Modification du repère.

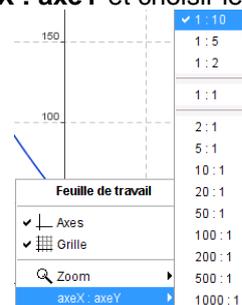


Travail à réaliser :

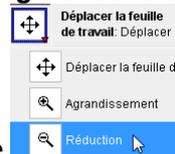
- Créer la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 0,5x^2 - 12x + 50$  ;
- Créer sa représentation graphique dans le repère prédéfini : on veut visualiser la représentation graphique dans l'intervalle  $[-5 ; 20]$  ;  
(on constate que cette représentation graphique est inutilisable ; il faudrait pouvoir modifier le repère afin de la rendre lisible sans agrandir ou réduire la fenêtre. La seule possibilité offerte par GeoGebra est de modifier le rapport des échelles entre l'axe des ordonnées et celui des abscisses)
- Effectuer les modifications (changement de rapport des axes, zoom et déplacement de la feuille de travail) afin d'obtenir une représentation graphique utilisable sur l'intervalle  $[-5 ; 20]$  ;
- Faire afficher les graduations et la grille associée au repère.

Nouveaux outils à utiliser :

- **Pour modifier le repère prédéfini :**  
**Clic droit sur la figure :** dans le menu contextuel ; cliquer sur **axeX** : **axeY** et choisir le rapport **1 : 10**



- **Pour effectuer un zoom :**  
**Clic droit sur la figure :** dans le menu contextuel ;



cliquer sur l'icône ; utiliser l'outil de Réduction autant de fois que nécessaire.

- **Pour faire afficher la grille du repère :**



Menu : Affichage.