Extrait du programme de mathématiques de terminale S

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
INTRODUCTION DE LA FONCTION EXPONENTIELLE		
Théorème : il existe une unique fonction f dérivable sur R telle que f '= f et f (0) = 1. Relation fonctionnelle caractéristique. Introduction du nombre e. Notation ex. **Extension du théorème pour l'équation f '= k f .**	L'étude de ce problème pourra être motivée par un ou deux exemples, dont celui de la radioactivité traité en physique, ou par la recherche de fonctions dérivables f telles que f(x+y) = f(x)f(y). On construira avec la méthode d'Euler introduite en première des représentations graphiques approchées de f dans le cas k = 1 ; on comparera divers tracés obtenus avec des pas de plus en plus petits.	Ce travail sera fait très tôt dans l'année car il est central dans le programme de mathématiques et de physique. Il fournit un premier contact avec la notion d'équation différentielle et montre comment étudier une fonction dont on ne connaît pas une formule explicite. La méthode d'Euler fait apparaître une suite géométrique et donne l'idée que la fonction exponentielle est l'analogue continu de la notion de suite géométrique, ce que l'équation fonctionnelle confirme.

Extraits du programme de physique–chimie de terminale S

(BO HS n° 4 du 30 août 2001)

I.1 Physique (pages 74 et 75)

[......]

En classe de terminale est mise en place une compréhension plus fine de l'évolution des systèmes, en étudiant celle-ci quantitativement tant sur le plan expérimental que théorique.

[.....]

Dans l'étude de l'évolution des systèmes matériels – nucléaires, électriques et mécaniques – il s'agit, à travers l'exploitation et la formalisation d'expériences diverses, de donner un sens précis au déterminisme classique. On insiste notamment sur l'importance des conditions initiales. [......]

Du point de vue formel, l'objet mathématique qui décrit la façon dont les actions déterminent l'évolution d'un système est une équation différentielle. C'est un concept nouveau pour les élèves. Dans les équations qu'ils ont vues précédemment, il s'agit de trouver un nombre. Là, l'inconnue est une fonction. La notion d'équation différentielle est détaillée dans le cours de mathématiques, mais l'interaction physique-mathématiques est ici cruciale pour les deux disciplines. Les mathématiques ne sont pas un outil pour la physique, elles en sont constitutives. Leur pertinence pour la description du monde physique peut être l'objet d'une interrogation permanente : comment la manipulation de symboles sur un feuille de papier permet–elle de mettre en place un monde abstrait qui se comporte de façon analogue au monde réel, processus clef de notre compréhension de la nature et d'une action aux effets prévisibles ?

[.....}

Mécanique : [....] En terminale, on introduit le taux de variation de la vitesse, et la formalisation des lois d'évolution peut ainsi être complète. La nouveauté réside dans la possibilité de calculer et prévoir l'évolution temporelle d'un système mécanique, une fois connues les forces en jeu et les conditions initiales. La méthode d'Euler pour la résolution d'une équation d'évolution du premier ordre est mise en œuvre. L'étude expérimentale du mouvement de projectiles dans le champ de pesanteur, d'objets divers dans les liquides, des systèmes oscillants mécaniques, ainsi que la connaissance du mouvement des satellites et des planètes montrent que tous ces mouvements peuvent être formalisés dans un même cadre théorique.

Physique du noyau atomique [*:*....] L'occasion est donnée de montrer comment on met en place, lorsque c'est nécessaire, une approche statistique : le comportement d'un noyau est aléatoire, mais celui d'une population de noyaux, en moyenne, est parfaitement déterminé, et régi par une équation différentielle simple. Le programme de mathématiques se charge d'opérer le passage du caractère aléatoire de la désintégration d'un noyau individuel au caractère déterministe de l'évolution d'une population de noyaux radioactifs....

Systèmes électriques : [....] Il s'agit en terminale d'aborder des phénomènes liés à la variation du courant électrique....La formalisation de ces systèmes fait apparaître des analogies avec les systèmes mécaniques, puisqu'on y trouve les notions de régime asymptotique, de temps caractéristique d'évolution, de période propre et de résonance. C'est une première approche de l'idée profonde selon laquelle les mathématiques sont un outil idéal pour fabriquer des métaphores : si deux systèmes différents sont régis par des équations formellement identiques, chaque caractéristique du comportement de l'un se retrouve dans l'autre, et les deux systèmes s'éclairent mutuellement.

II Physique

B Transformations nucléaires (page 81)

Commentaires : le thème de la radioactivité est l'occasion d'opérer une convergence thématique avec les mathématiques (exponentielle, probabilité, statistique et équation différentielle) et les sciences de la vie et de la terre. Une concertation entre les professeurs des trois disciplines scientifiques est encouragée.

Le caractère aléatoire de la désintégration radioactive peut être observé en cours de physique avec une source de césium 137, ou en mesurant la radioactivité naturelle (radon). Il s'agit là d'observation sur une population macroscopique de noyaux. Les hypothèses de base concernant la désintégration d'un noyau individuel (la désintégration d'un noyau n'affecte pas celle du noyau voisin ; un noyau meurt sans vieillir) permettent d'établir la loi de décroissance d'une population de noyaux. Ce modèle est traité dans le cours de mathématiques. L'élève sera amené à remarquer que l'association d'un processus aléatoire à l'échelle microscopique et d'une évolution macroscopique déterministe s'observe également lors de l'évolution d'un système chimique.

L'observation d'une décroissance radioactive permet d'établir empiriquement sa loi d'évolution. Connaissant un ensemble de valeurs $\Delta N/\Delta t$, on peut remonter à la dépendance temporelle de $N(t)$, en utilisant la notion d'intégrale vue en mathématiques, comme « aire sous la courbe », vérifier qu'elle est bien exponentielle et en déduire une constante de temps.

D Évolution temporelle des systèmes mécaniques (page 85)

Exemples d'activités	**Contenus**	Connaissances et savoir-faire exigibles
Étude de la chute verticale de solides de même forme et de masses différentes, dans l'air et dans l'huile. *Détermination des vitesses limites.* *Exploitation des résultats : vitesse limite, régime initial et permanent, influence de la masse sur la vitesse limite, modélisation de la force de frottement.* Exemples de chutes verticales dans la vie courante. *Une méthode numérique itérative pour résoudre l'équation différentielle caractéristique de l'évolution d'un système à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice graphique : la méthode d'Euler.* *Confrontation des résultats théoriques et expérimentaux, importance du choix du pas de discrétisation temporelle, du modèle théorique choisi pour la force de frottement.*	2 Étude de cas 2.1 Chute verticale d'un solide Force de pesanteur, notion de champ de pesanteur uniforme. – Chute verticale avec frottement Application de la deuxième loi de Newton à un mouvement de chute verticale : forces appliquées au solides (poids, poussée d'Archimède, force de frottement fluide) ; équation différentielle du mouvement ; résolution par une méthode numérique itérative, régime initial et régime asymptotique (dit « permanent), vitesse limite ; notion de temps caractéristique. –Chute verticale libre Mouvement rectiligne uniformément accéléré ; accélération indépendante de la masse de l'objet. Résolution analytique de l'équation différentielle du mouvement ; importance des conditions initiales.	.... Appliquer la deuxième loi de Newton à un corps en chute verticale dans un fluide et établir l'équation différentielle du mouvement, la force de frottement étant donnée. Connaître le principe de la méthode d'Euler pour la résolution approchée d'une équation différentielle. Définir une chute libre, établir son équation différentielle et la résoudre. ...... Savoir exploiter des courbes $v_G = f\ (t)$ pour : – reconnaître le régime initial et/ou le régime asymptotique. – évaluer le temps caractéristique correspondant au passage d'un régime à l'autre. – déterminer la vitesse limite. Dans le cas de la résolution par méthode itérative de l'équation différentielle, discuter la pertinence des courbes obtenues par rapport aux résultats expérimentaux (choix du pas de résolution, modèle proposé pour la force de frottement). Savoir–faire expérimentaux *utiliser un tableur ou une calculatrice pour résoudre une équation différentielle par la méthode d'Euler*