LA CYCLOÏDE

HISTORIQUE

C'est la courbe du 17 ème siècle , appelée aussi « **l'Hélène des Mathématiciens** » car elle a provoqué de nombreuses et vives discussions chez les mathématiciens de toute l'Europe .

C'est **Blaise Pascal** (1623-1662) qui s'y est intéréssé le plus ; c'est au cours d'une terrible rage de dents qu'il s'est lancé dans la description et l'étude de la roulette . Voici comment il la décrit dans son « *Histoire de la Roulette* »:

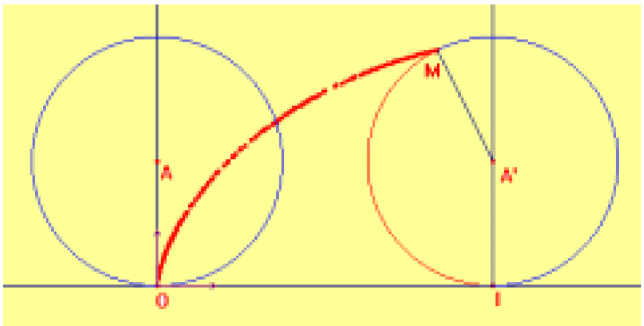
La roulette est une ligne si commune , qu'après la droite et la circulaire, il n'y en a point de si fréquente ; et elle se décrit si souvent aux yeux de tout le monde qu'il y a lieu de s'étonner qu'elle n'ait point été considérée par les anciens , dans lesquels on n'en trouve rien ; car ce n'est autre chose que le chemin que fait en l'air le clou d'une roue , quand elle roule de son mouvement ordinaire , depuis que le clou commence à s'élever de terre , jusqu'à ce que le mouvement continu de la roue l'ait rapporté à terre , après un tour entier achevé : supposant que la roue soit un cercle parfait , le clou un point dans sa circonférence , et la terre parfaitement plate.

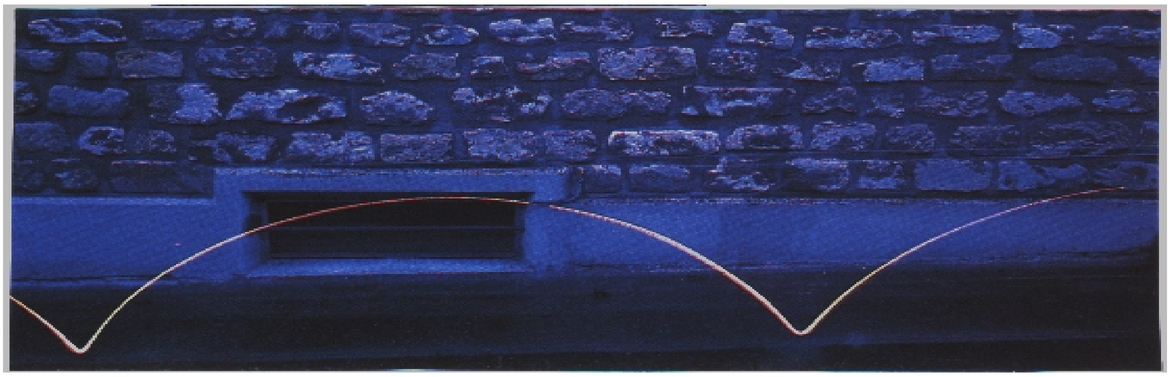
EQUATIONS

La cycloïde est la trajectoire d'un point M situé sur un cercle roulant sans glisser sur un axe.

On obtient un système d'équations paramétriques en prenant comme paramètre θ, mesure de l'angle

$$(\overrightarrow{A'M},\overrightarrow{A'I}) : \quad \begin{cases} x(\theta) = r\theta - r\sin\theta \\ y(\theta) = r - r\cos\theta \end{cases}$$





Ci-dessus, on voit la trace laissée par une source lumineuse fixée sur une roue de vélo.

BERNOULLI Jacques démontre en 1696 que la cycloïde est une courbe *brachistochrone* : c'est la courbe qui réduit au minimum le temps que met un corps pesant pour descendre d'un point à un autre : ci-dessous un appareil permettant de comparer ligne droite et cycloïde.

HUYGHENS(1629-1695) démontre que la cycloïde est *tautochrone* : les deux billes arriveront en même temps au point O.