

**Objectif :**

Etudier l'évolution d'une population constituée par un très grand nombre de particules identiques qui ont toutes la même probabilité de disparition. On utilise des dés à 6 faces. Les dés n'étant pas truqués, chaque face a la même probabilité de « sortir ».

**Probabilité et caractère aléatoire**

On trace le diagramme en bâton représentant, en abscisse, le nombre de dés qui affichent "6" lors d'un lancer de 100 dés et en ordonnée, la fréquence sortie de ce nombre de dés. On effectue un grand nombre de lancers.

1. Quelle est la moyenne des résultats ? Cette moyenne était prévisible, le montrer.

2. Relever l'allure du diagramme. Que peut-on en dire ?

**Observation de la décroissance de la population**

À des intervalles de temps réguliers on lance simultanément un grand nombre de dés. Ceux qui affichent « 6 » sont éliminés. On compte les dés restants et on les relance.

3. Comment évolue le nombre de dés restant en fonction du temps ?

**Étude quantitative de la décroissance de la population**

On répète les lancers en éliminant les dés qui affichent « 6 ». Le nombre initial de dés est de 1 000 000.

4. Noter dans le tableau la date  $t$  du lancer (on effectue, par exemple, un lancer chaque seconde) ; le nombre  $N(t)$  de dés avant le lancer et la variation du nombre de noyaux par unité de temps :  $\frac{\Delta N(t)}{\Delta t}$  elle est égale à  $\frac{N(t+1) - N(t)}{1}$

car  $\Delta t = 1$  s.

Date t du lancer	$N(t)$	$\frac{\Delta N(t)}{\Delta t}$	$\frac{\left(\frac{\Delta N(t)}{\Delta t}\right)}{N(t)}$
1	1 000 000		
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

5. Quelle est la moyenne des valeurs obtenues pour  $\frac{\left(\frac{\Delta N(t)}{\Delta t}\right)}{N(t)}$  ?

Quel est son écart type ?

6. Pourquoi cette moyenne est-elle négative ?  
Pourquoi la valeur obtenue était-elle prévisible ?

On note  $\lambda$  la valeur absolue de la moyenne précédente.

7. Exprimer  $\frac{\Delta N(t)}{\Delta t}$  en fonction de  $\lambda$  et  $N(t)$ .

### Demi-vie

La demi-vie de la population est la durée nécessaire pour voir disparaître la moitié de cette population.

8. À partir de la courbe, déterminer la demi-vie de la population étudiée.

9. Montrer graphiquement que cette demi-vie est indépendante de l'effectif de la population.

### Décroissance d'une population

