Objectif :

Etudier l'évolution d'une population constituée par un très grand nombre de noyaux radioactifs (particules identiques).

Analogie

Les noyaux radioactifs qui constituent la population étudiée ont tous la même probabilité de disparaître. Cette probabilité est constante et ne dépend pas du passé du noyau ni de la présence éventuelle d'autres noyaux. Ils peuvent disparaître à chaque instant, indépendamment les uns des autres, ce phénomène est appelé "mourir sans vieillir".

On peut imaginer une analogie entre une telle population de noyaux radioactifs et un ensemble de dés à jouer. Avec des dés, la règle est simple : on dispose d'un grand nombre de dés identiques (qui représentent des noyaux isotopes radioactifs). On lance tous ces dés en même temps, à des intervalles de temps constants, par exemple chaque seconde. On décide que les dés qui affichent le résultat "6" sont éliminés, ils ne participent pas au lancer suivant (comme les noyaux qui se sont désintégrés). On compte le nombre de dés qui restent en jeu (ceux qui n'affichent pas "6") et on les relance.

La simulation

Le logiciel "lancer de dés" dispose d'une partie intitulée "décroissance du nombre de dés". Elle permet de simuler le nombre de dés encore en jeu en fonction du nombre de lancers successifs effectués. La règle d'élimination est celle présentée ci-dessus.

Travail à effectuer

1. Caractère aléatoire

Démarrer le logiciel "Lancer de dés" et choisir le 1- "Caractère aléatoire du lancer de dés"

1.a. Sur la première page, observer les résultats successifs obtenus lors du lancer d'un dé.

Faire au moins 100 lancers. Remettre à zéro et recommencer au moins trois fois.

Que pouvez-vous dire des probabilités d'obtention de l'un des six résultats possibles ?

1.b. Dans le menu "nombre de dés", passer à 100 dés lancés simultanément (avec remise) et observez le nombre de dés qui affichent le résultat "6" lors de chaque lancer de 100 dés.

Donnez un encadrement approximatif du nombre de dés qui affichent "6" lors de chaque lancer de 100 dés.

1.c. Dans le menu "nombre de dés", passer au diagramme en bâtons.

Dans cette partie on lance toujours 100 dés simultanément (avec remise). Le diagramme représente, en abscisse, le nombre de dés qui affichent "6" lors d'un lancer de 100 dés et en ordonnée, la fréquence sortie de ce nombre de dés.

Effectuez un grand nombre de lancers successifs de 100 dés (attention à la modification automatique de l'échelle). Quel est le résultat le plus probable ?

Quelle est la moyenne des résultats ? Cette moyenne était prévisible, montrez-le.

2. Suivi de la décroissance d'une population

Quitter la partie en cours (menu fichier) et choisir le 2- "Décroissance du nombre de dés".

2.a. Lancer de 200 dés

Dans un premier temps, on dispose de 200 dés identiques. Lors de chaque lancer, le logiciel élimine les dés qui affichent "6". Observer l'allure du nuage de points obtenu.

Quelle est l'allure de la courbe ?

Vers quelle valeur tend le nombre de dés restants lorsque le nombre de lancer augmente ?

Pourquoi ?

2.b. Lancer de 1000 dés

Dans le menu "nombre de dés", modifier le nombre de dés pour passer à 1000 dés.

Répéter les opérations de lancer et observer l'allure du nuage de points.

Que pouvez-vous en dire (valeur de la limite, fluctuations...) ?

2.c. Lancer de 1 000 000 de dés

Modifier le nombre de dés pour passer à 1 000 000 de dés. Observer que l'allure du nuage de points est toujours la même mais que cette fois on n'observe pas de fluctuation.

Pourquoi ?

3. Etude quantitative de la diminution de la population des dés

Garder le lancer de 1 000 000 de dés, remettre à zéro et préparer un tableau dans lequel vous porterez : la date t du lancer (on effectue par exemple un lancer chaque seconde) ; le nombre N(t) de dés avant le lancer ; le nombre $\Delta N(t) = N(t) - N(t+1)$ de dés éliminés lors du lancer. Le tableau doit avoir au minimum 15 lignes.

Compléter votre tableau en calculant $\Delta N(t)/N(t)$ pour chaque lancer.

Votre tableau doit avoir l'allure ci-dessous :

Date t du lancer	N(t)	$\Delta N(t)$	$\Delta N(t)/N(t)$
1	1 000 000		
2			
3			

Que pouvez-vous dire des diverses valeurs de $\Delta N(t)/N(t)$? Quelle est la moyenne des valeurs obtenues, quel est son écart type ?

Pourquoi cette moyenne est-elle négative ? Pourquoi la valeur obtenue était-elle prévisible ?

On note λ la valeur absolue de la moyenne.

Quelle est, lors de chaque lancer, la relation entre λ et $\Delta N(t)/N(t)$?

4. Application à une population de noyaux radioactifs

La relation précédente est établie pour une population de dés qui varie "par à-coups" lors de chaque lancer. La proportionnalité précédente, entre $\Delta N(t)/N(t)$ et λ est valable lors de chaque lancer.

Pour une population de noyaux radioactifs la variation est proportionnelle à la durée pendant laquelle on considère cette variation. On note Δt l'intervalle de temps entre deux déterminations du nombre de noyaux.

Quelle est alors la relation entre λ , Δt et $\Delta N(t)/N(t)$?