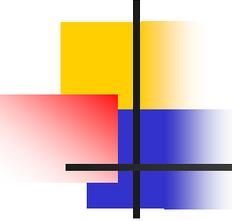


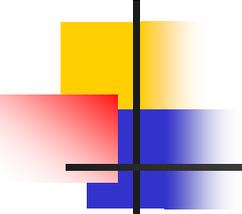
Mathématiques en maternelle

- La construction du nombre
- Une compétence : dénombrer une quantité
- **Bibliographie:**
 - Activités numériques au cycle 1 des situations pour maîtriser les compétences. **Alain Descaves, Sylvie Vignaud, Hachette éducation**
 - Apprendre à l'école - Apprendre l'école. Des risques de construction d'inégalités dès la maternelle. **Elisabeth Bautier, ESCOL**
 - La saveur des savoirs. **Jean-Pierre Astolfi, ESF**
 - Travailler par cycles en mathématiques à l'école, de la petite section au CM2. **Chantal Mettoudi, Alain Yaïche, Hachette éducation**
 - Le nombre au cycle 2, **Eduscol**



Première partie

La construction du nombre



Le nombre

Qu'est ce que c'est :

- **La valeur cardinale**
- **La valeur ordinale**
- **Une relation**
 - **Comparaison** : (plus que / moins que / pareil) avant / après
 - **Un calcul** : 4 c'est 3 et 1
: 4 c'est 5 moins 1
- **La valeur nominale (langage)**

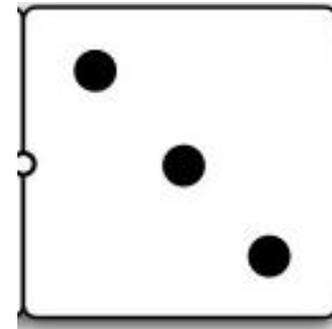
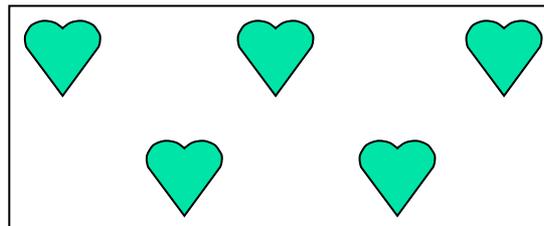
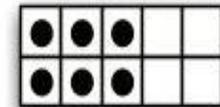
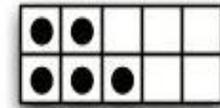
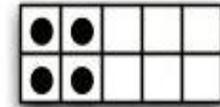
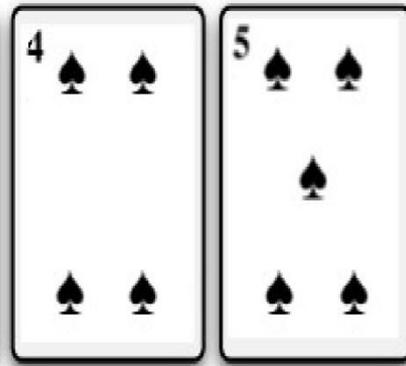
A quoi ça sert :

- À exprimer des quantités
- À garder en mémoire des quantités
- À exprimer un ordre un rang
- À anticiper (donner le résultat d'une action sans avoir à la réaliser)
 - Comparer des collections
 - Donner le résultat d'une transformation (ajout/retrait/partage..)

Il est important que tous ces aspects du nombre soient abordés

Le nombre : quelles désignations ?

Analogiques :





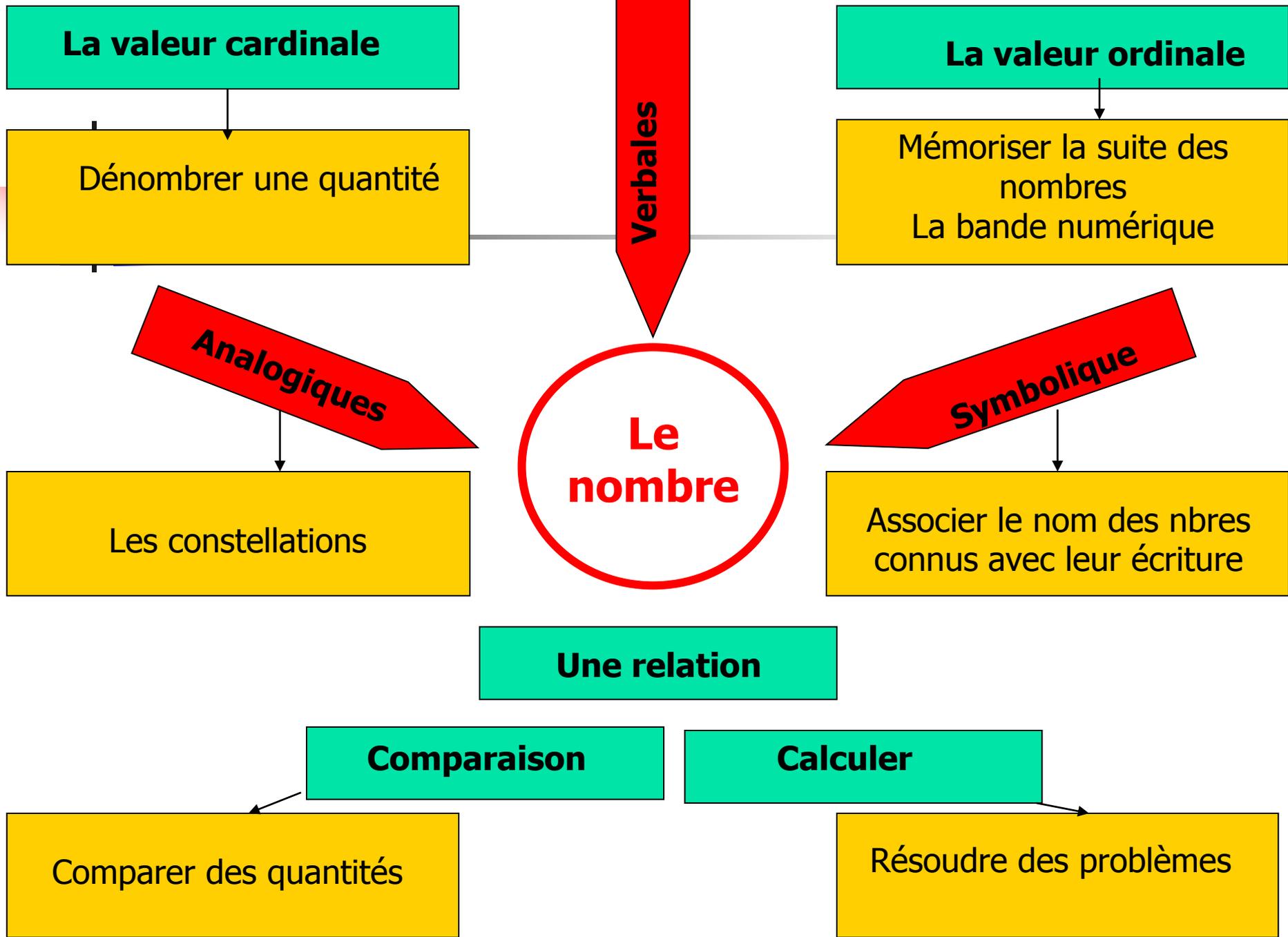
Le nombre : quelles désignations ?

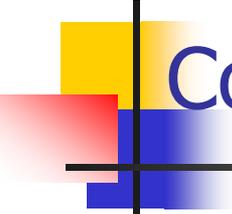
- **Verbales** (les mots nombres)
- **Symboliques** (l'écriture chiffrée)

Il est important de mettre en correspondance ces différentes représentations du nombre

Outils pour le maître :

- utiliser les livres à compter
- faire fabriquer l'imagier des nombres
- avoir affiché des représentations du nombre (bande numérique, constellations, mains...)





Conséquence pour les apprentissages :

- Il faut aborder tous ces aspects du nombre pour le construire
- On ne peut pas travailler à partir du nombre (faire le 6 après le 5) (*analyse d'1 fiche d'un élève prof*)
- Il faut mettre en relation ces différentes « identités »
- Le nombre se construit dans la durée



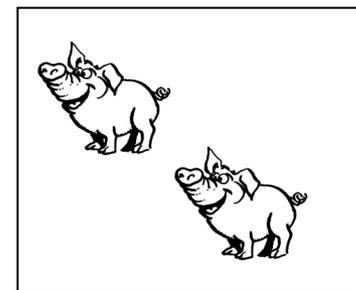
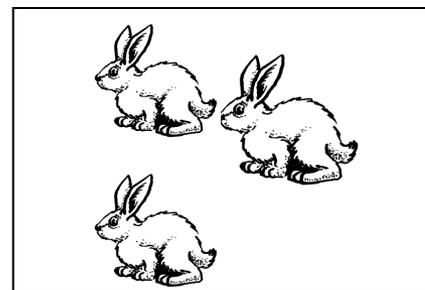
La construction du nombre

- Dénombrement
- La comptine numérique
- La comparaison
- La résolution de problème
- Registre sémiotique (système de désignation)

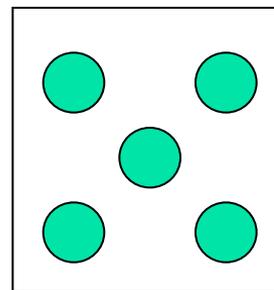
Le dénombrement

Plusieurs procédures :

- Le subitizing : (1 à 3 /4)

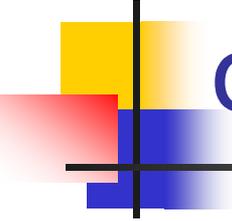


- Les collections témoins



- Le comptage 1 à 1





Pourquoi le travail sur les collections témoins ?

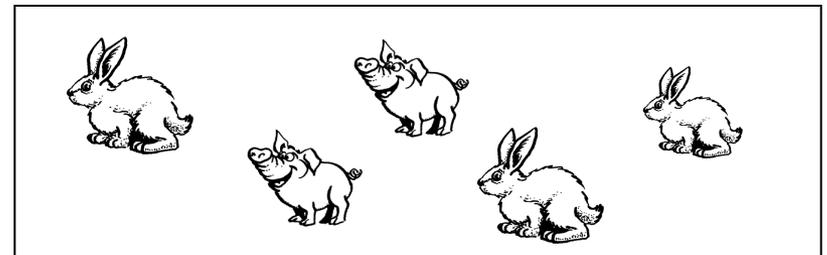
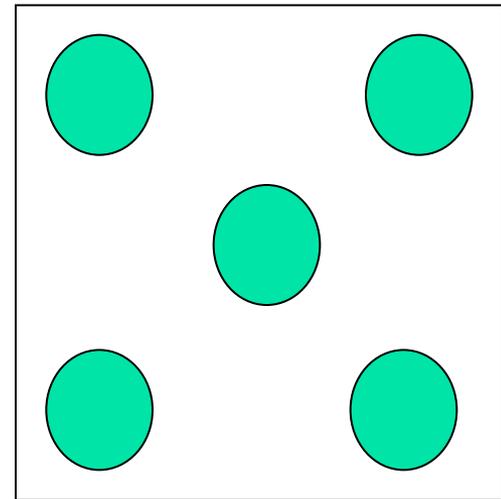
La reconnaissance globale

- Compétences précoces des jeunes enfants
 - Reconnaissance d'une différence de quantités entre 1,2,3,4 objets
 - Reconnaissance linguistique du mot trois comme indiquant une quantité

Le dénombrement : la Reconnaissance globale

Avantages

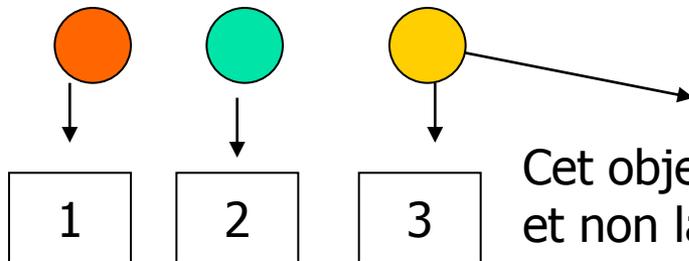
- S'appuyer sur des capacités précoces des jeunes enfants
- Perception de la **totalité**
- Pas de pbe d'énumération
- Absence de comptage
- Un mot nombre qui désigne cette totalité



Pourquoi préserver la totalité

- Éviter le comptage numérotage

« Si l'enfant connaît très tôt le comment du comptage, il semble en ignorer initialement le pourquoi » R Brissiaud



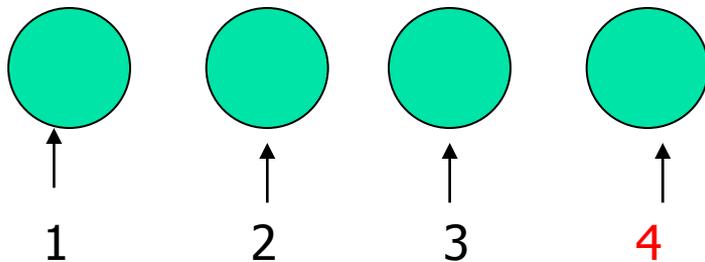
Cet objet c'est le 3 ; on retrouve la fonction désignation et non la perception de la quantité

Ne pas dire à un enfant « compte » mais plutôt « combien »

Pourquoi préserver la totalité

- Le principe cardinal

De la valeur nominale du mot du nombre au principe de cardinalité



Il y en a 4

Il faut que l'enfant accorde une double signification au dernier mot nombre prononcé :

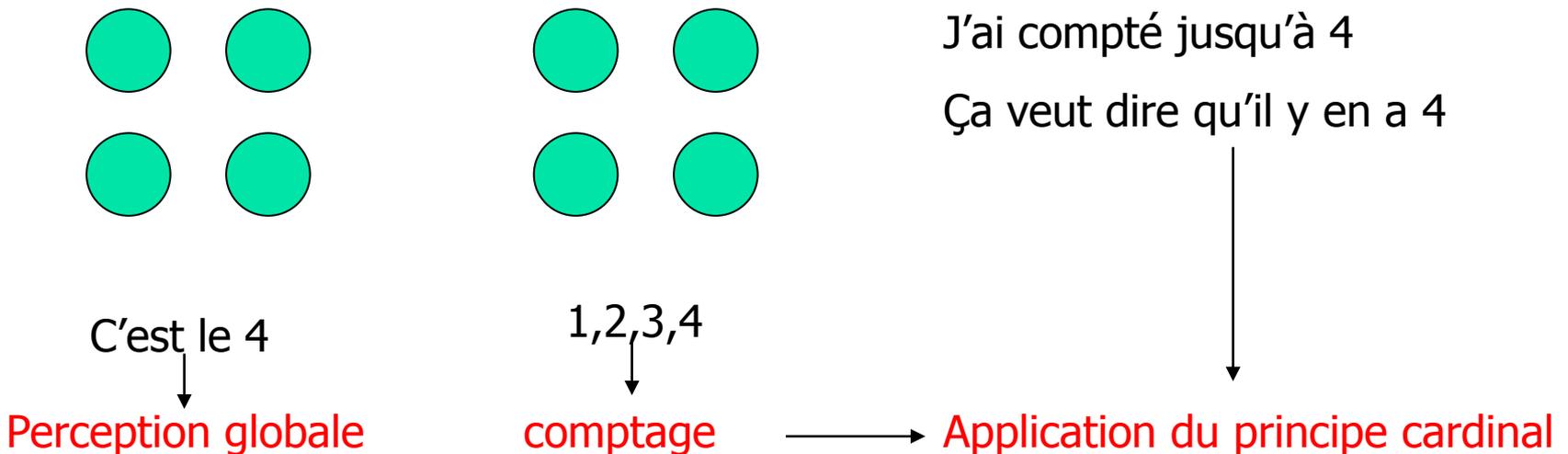
il n'est qu'un numéro apparié au dernier objet que l'enfant dénombre

il représente aussi la quantité de l'ensemble des objets

De la perception globale au comptage

La découverte du principe cardinal

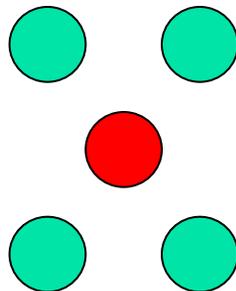
- Ce que ce travail va permettre :
 - De conserver l'idée de totalité
 - Ex : c'est 4 : 1,2,3,4 il y en a 4 (principe cardinal)



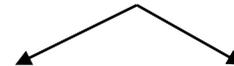
De la perception globale au concept de nombre

.....Vers la relation (comparaison et calcul)

- De définir le nombre comme une relation
 - Ex : le 5 c'est le 4 et le 1
 - Ex : le 4 et le 1 ça fait le 5



Permet la comparaison et la relation entre les différentes pluralités



Pour aller du 5 au 4

On **enlève** le 1

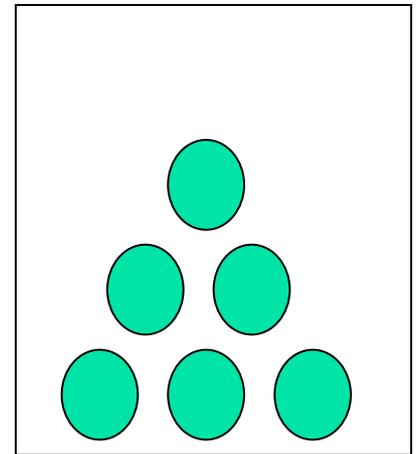
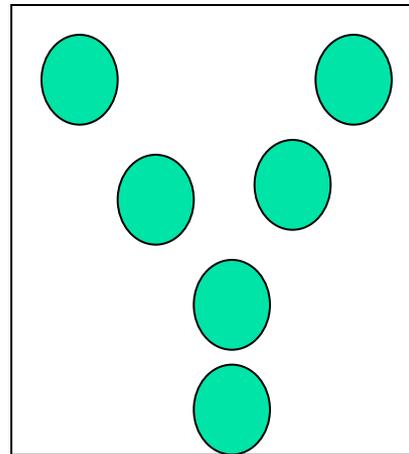
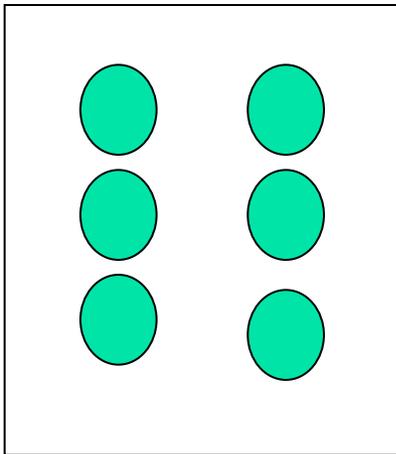
Pour aller du 4 au 5

On **ajoute** le 1

De la perception globale au concept de nombre

Vers le comptage

On peut demander aux enfants de représenter le 6 autrement



La quantité est indépendante de la forme qui la configure



Le dénombrement : le comptage

Le comptage 1 à 1 nécessite :

- La comptine numérique
- Les principes de Gelman (pour l'enseignant)
- Les principes de Gelman (pour l'élève)



La comptine numérique

Jusqu'où :

- **PS** : entre 5 et 10
- **MS** : entre 10 et 20
- **GS** : 30 et bien au-delà

Comment ?

- Comptines numériques
- Jeux de doigts...
- Récitation de la suite numérique
- Albums à compter



La comptine numérique

- Mode d'apprentissage
 - Mémorisation 16 →
 - Application du principe algorithmique de 17...
- Comment stabiliser la comptine
 - Compter jusqu'à : (nécessaire pour constituer des quantités)
 - Compter à partir de (nécessaire pour le surcomptage)
 - Compter à reculons (nécessaire pour le décomptage)



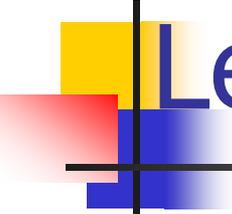
La comptine numérique

- Comment stabiliser la comptine
 - Compter en introduisant un mot (1oie , 2 oies...)
 - Compter en introduisant une phrase (1,2,3 je m'en vais au bois)
 - Le jeu du relais (compter en alternance maîtresse /élèves)
 - Le jeu du tunnel (dire à voix haute/dans sa tête)
 - Le jeu du défi
 - La course à 100
 - Compter de 2 en 2 de 10 en 10 de 5 en 5



La comptine numérique

- Ce qu'elle permet :
 - Le comptage
 - La perception et l'appropriation du principe algorithmique quand on va vers les grands nombres



Le comptage : Les principes de Gelman

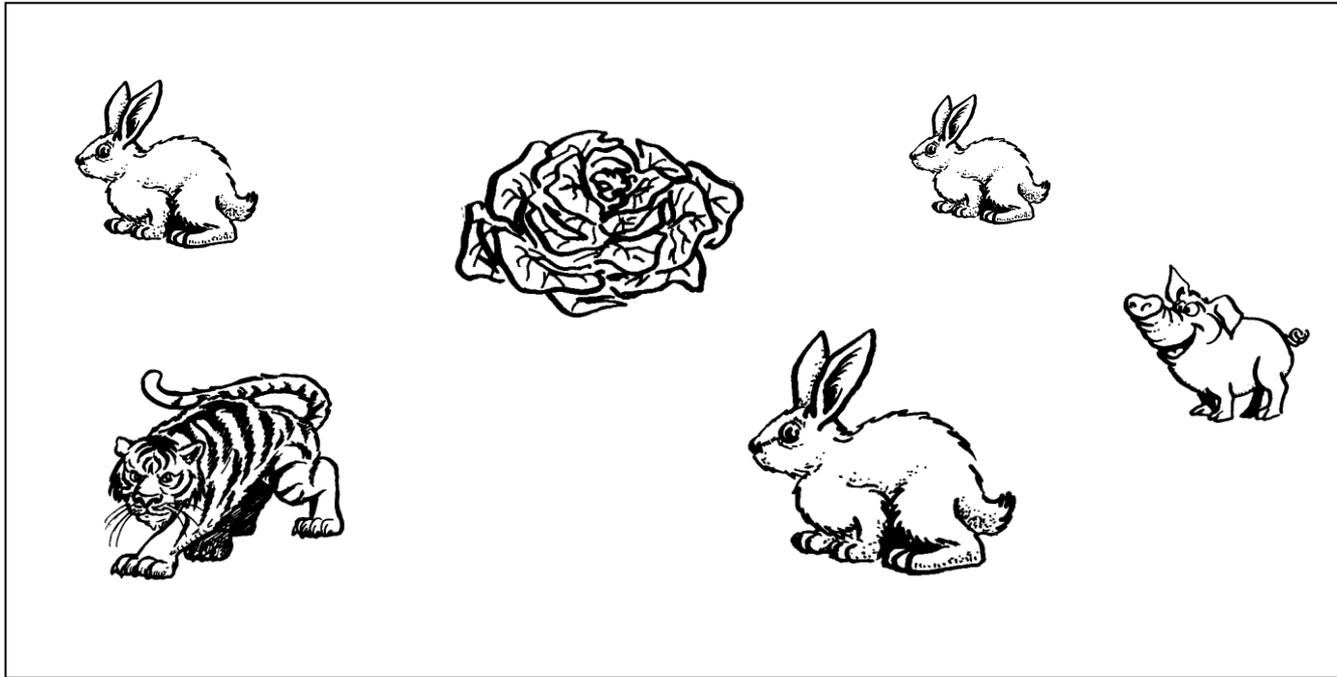
- **Le principe d'ordre stable** : la suite des mots nombres est une suite fixe (1 2 3 4 5 ...)
- **Le principe de correspondance terme à terme** : à chaque objet pointé on fait correspondre un mot et un seul de la comptine numérique
- **Le principe cardinal** : le dernier mot nombre prononcé désigne le cardinal de l'ensemble
- **Le principe d'ordre indifférent** : le trajet suivi pour pointer tous les objets de la collection est indifférent
- **Le principe d'abstraction** : le dénombrement est indépendant de la nature des objets

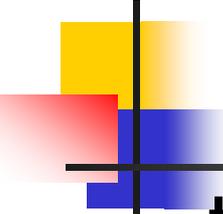


Le comptage : Les principes de Gelman pour les enfants

- Sait réciter la comptine dans l'ordre (1, 2, 3, 4.....)
 - Sait associer un nombre à chaque objet
 - Sait pointer tous les objets une seule fois
- } énumération
- Sait coordonner pointage et récitation de la comptine
 - Sait arrêter le comptage une fois tous les objets comptés
 - Sait en fin de procédure indiquer le nombre d'objets de la collection

Savoir compter





Conclusion

- travail sur les collections témoins
- la comptine numérique
- Dénombrement
- La correspondance terme à terme
 - Penser à mettre en correspondance les différentes significations
 - Attention : la notion de quantité
 - Pas de comptage prématuré
 - Pas de comptage des petites quantités

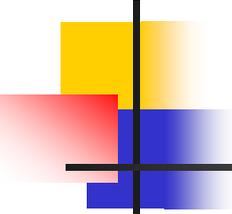


Deuxième partie

Une **compétence** :

Dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus

1. La reconnaissance globale (séquence d'apprentissage)
2. La comptine numérique (temps de rituel)
3. Le comptage (séquence d'apprentissage) / film



Les situations

Situations fonctionnelles

(les jeux, le nombre d'élèves, la date,...)

- Sollicitent et utilisent des savoirs pour résoudre des problèmes de la vie de la classe

Créent une expérience et une culture commune

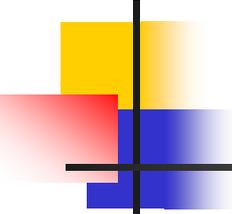
Visent la résolution du problème

Situations construites par l'enseignement

- S'appuient sur ces expériences pour les dépasser et faire construire des savoirs / savoirs faire

Problématisent une notion

Visent l'acquisition de savoirs



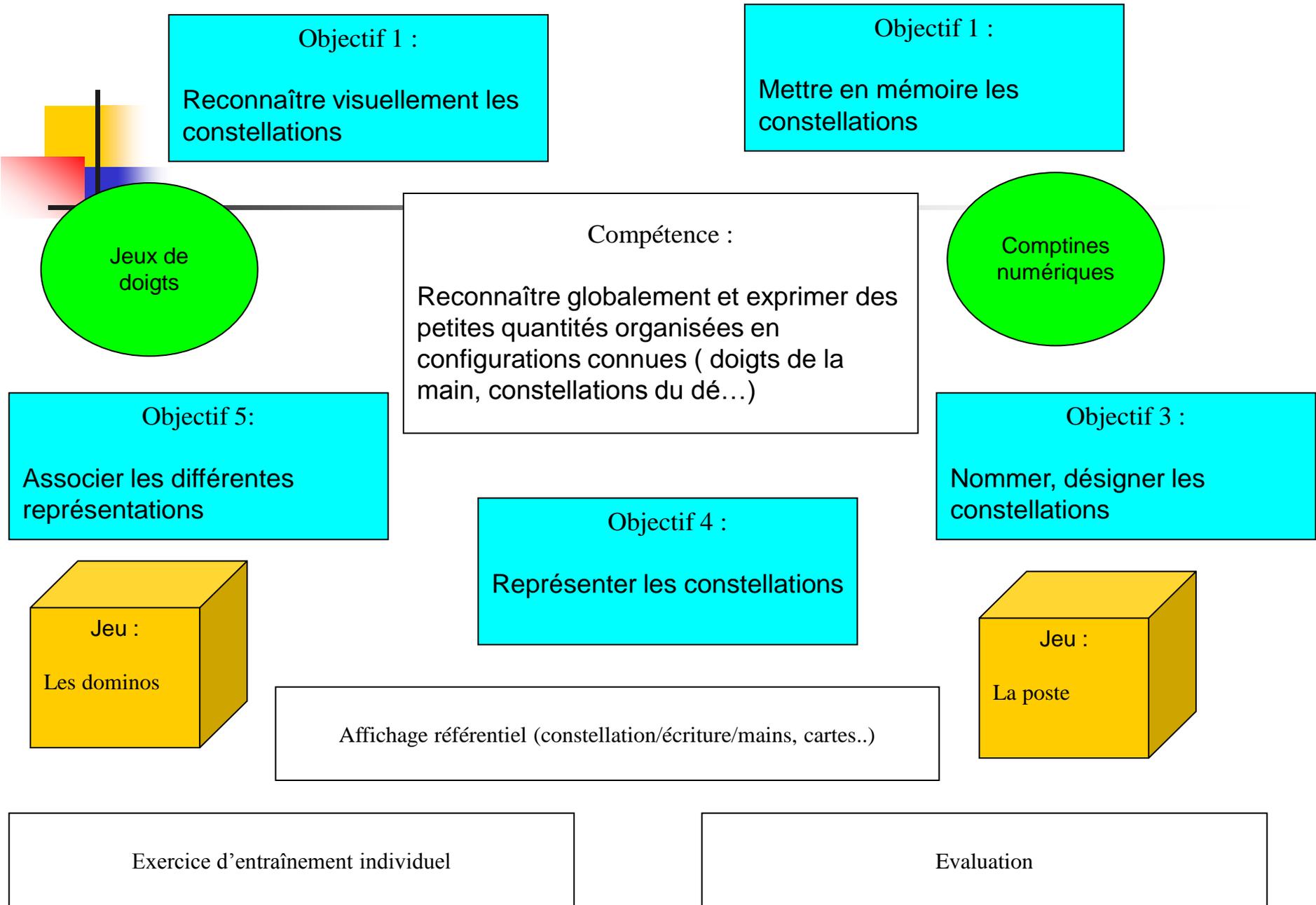
Ma démarche : organiser des parcours d'apprentissage

1. S'appuyer sur des **situations fonctionnelles**
2. Mettre en place des **situations d'apprentissage** autour d'une compétence déclinée en plusieurs objectifs (savoirs / savoirs faire)
3. Travailler par module
4. **Appliquer** les savoirs acquis dans des **jeux math** pour les renforcer les automatiser (ex les dominos après le travail sur la reconnaissance globale)
5. **Réinvestir** le savoir dans des situations différentes
6. **S'entraîner** (travail sur fiche individuelle)
7. **Évaluer**



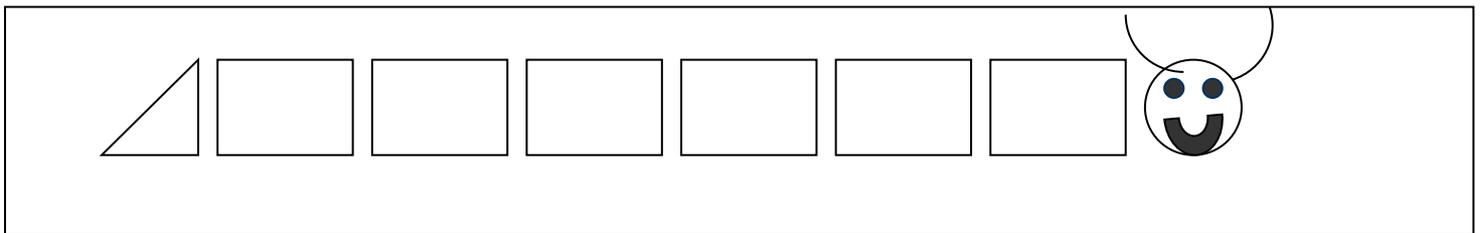
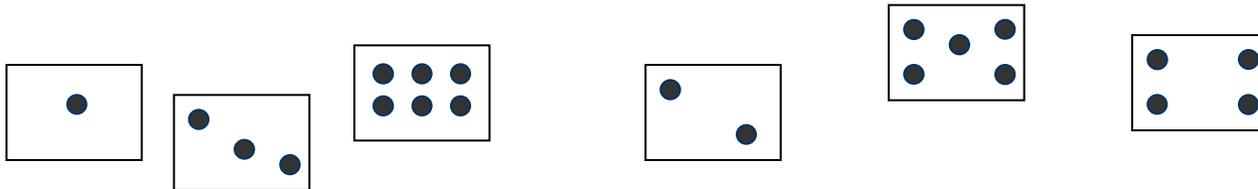
Reconnaissance globale

- Quelles quantités ?
 - De 1 à 6 MS
 - De 1 à 4 PS
- Quelles configurations ?
 - Mains
 - Dés
 - Dominos
 - Cartes à points
 - Cartes à jouer



La petite chenille

- 1 chenille pour un enfant
- 1 jeu de 6 cartes constellation par enfant



Objectif 1 :

Réaliser une collection ayant le même nombre d'objets par tous les moyens

Objectif 2 :

Réaliser une collection ayant le même nombre d'objets par

- Reproduction de la constellation
- dénombrement

Objectif 3 :

Réaliser une collection ayant le même nombre d'objets par

- Dénombrement
- Conservation de la quantité

Comptines numériques

Compétence :

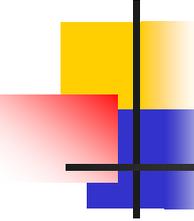
Dénombrer des quantités en utilisant la suite orale des nombres connus

Rituel du dénombrement des élèves présents

Jeu du damier

Jeu de la course au but

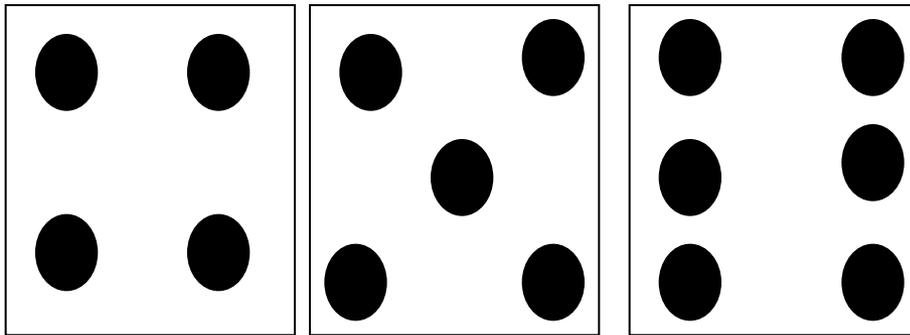
Jeu des champignons



Situation d'apprentissage

- **Objectif** : Réaliser une collection ayant le même nombre d'éléments qu'une collection donnée par reproduction de la constellation et par dénombrement
- **Organisation** : Par groupe de 6 à 8 élèves.
- **Matériel** : Des cartes constellations (4 fois six) portant des empreintes.
: Des jetons (une cinquantaine).
- **Organisation** : Les jetons sont déposés sur une table à part (la banque).
L'enseignant donne une carte constellation à chaque élève.
- **Tâche pour l'élève** : aller chercher en un seul voyage le nombre de jetons nécessaires pour recouvrir les empreintes de sa carte constellation.

1 situation



S'appuie sur les savoirs
acquis : savoir reproduire
une constellation

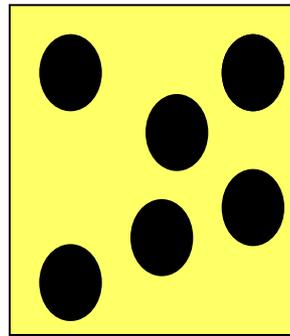
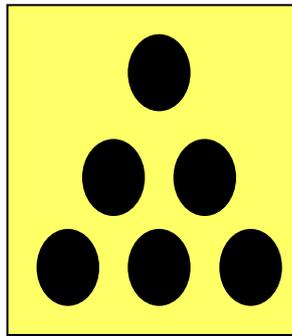
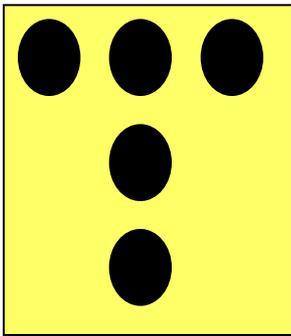
Mais n'impose pas le
dénombrement

Comment les enfants résolvent ce problème

1. Ils disent c'est le 5
 - Comptent 5 éléments
 - reproduisent le dessin du 5



2 situation

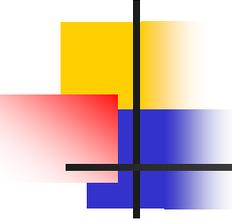


Nécessité de dénombrer

Comment les enfants résolvent ce problème

Ils doivent compter le nombre de jetons demandés

Prendre le nombre correspondant de jetons par comptage ou par reproduction de la constellation



Les difficultés / les aides

Les difficultés rencontrées

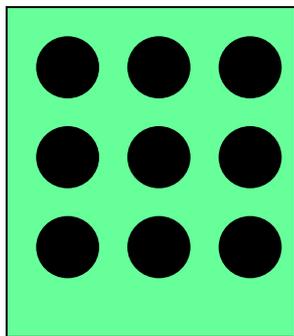
- La coordination pointage/récitation de la comptine.
- La maîtrise du pointage : compter chaque objet une seule fois.
- La gestion de la tâche : difficultés à ordonner et à coordonner les différentes étapes.
- La lourdeur de la tâche qui exige un double comptage (des empreintes et des jetons).

Les aides possibles

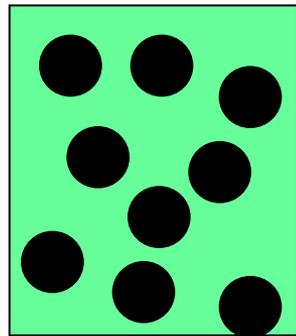
- Dissociation de la tâche : l'enseignant pointe, l'enfant récite, ou inversement.
- On laisse une trace sur chaque objet dénombré.
- L'enseignant met en mot les différentes phases de la procédure.
- L'enseignant peut prendre en charge une partie de la tâche :– en passant commande à l'enfant du nombre de jetons ;– en jouant le rôle du banquier et donne à l'enfant le nombre de jetons qu'il lui demande.

Gestion de l'hétérogénéité

- Cartes de 6 à 9 ou 10 points

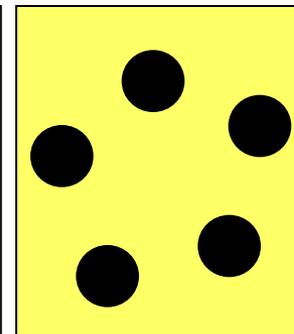
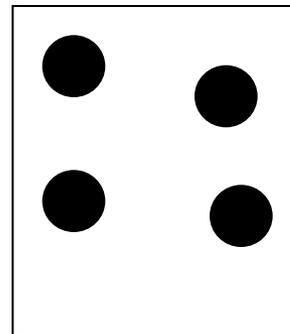


organisée



inorganisée

- Nombre de cartes



Déroulement de la fin de séance : les enfants experts se posent eux mêmes les problèmes en choisissant leurs cartes

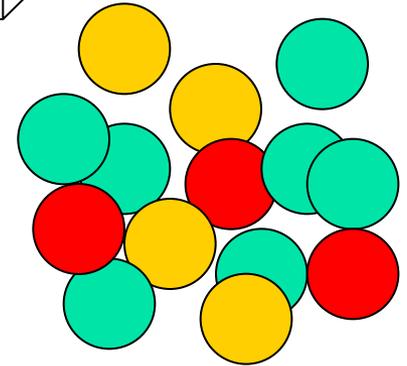
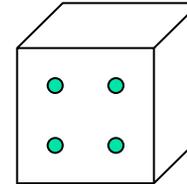
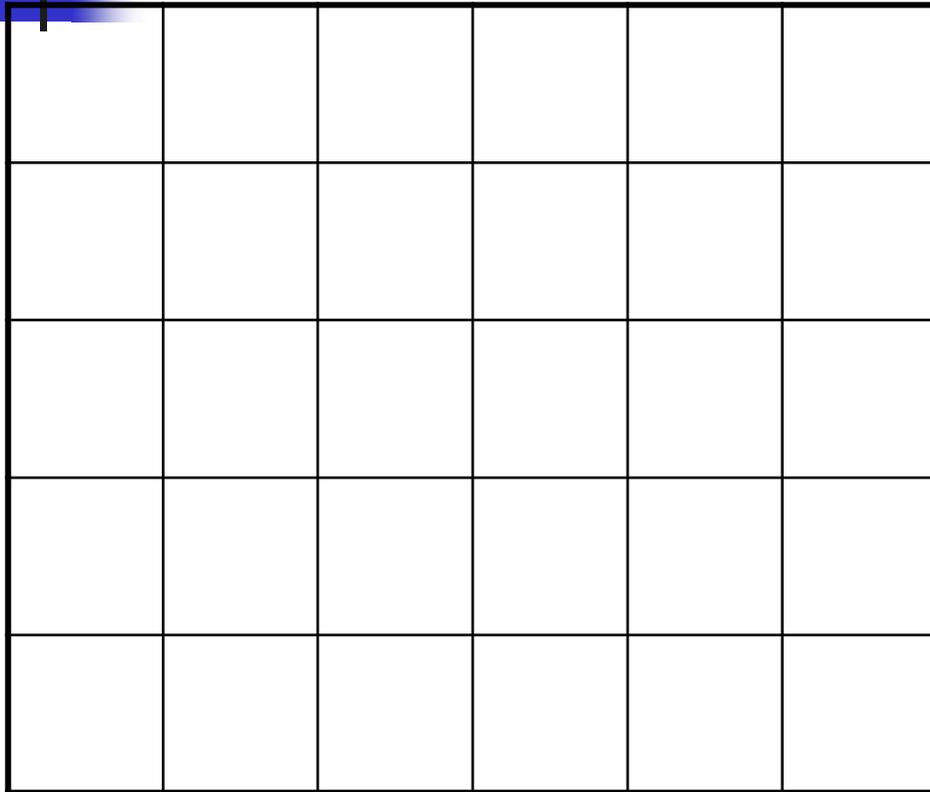
Le maître peut accompagner les enfants qui le nécessitent dans leur appropriation de la procédure du comptage



Dénombrer des quantités en utilisant la suite orale des nombres connus

- Film tourné en classe en 2009

Les jeux : le damier



4 joueurs

But du jeu : avoir rempli sa grille le premier

De la reconnaissance globale au dénombrement / la valeur cardinale

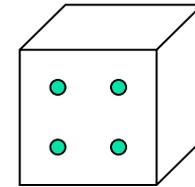
Variable : le dé avec les écritures

Les jeux : la course au but



4 joueurs

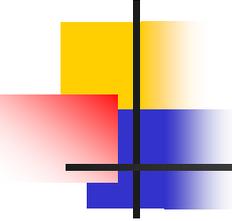
But du jeu : arriver le 1 en faisant se déplacer le pion



De la reconnaissance globale au dénombrement / la valeur **ordinaire**

Apprendre à se déplacer sur la bande numérique

Ancêtre du jeu des petits chevaux et du jeu de l'oie

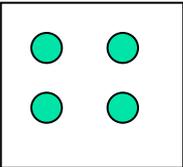
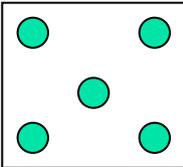
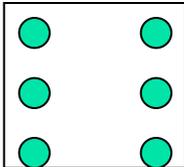


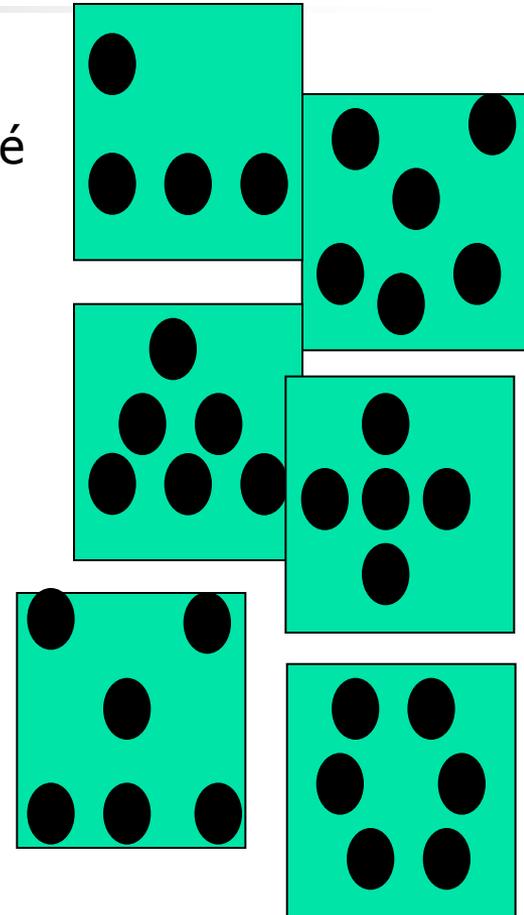
Les exercices

Mathématiques

Compétence : être capable de dénombrer une petite quantité

Consigne : range les cartes



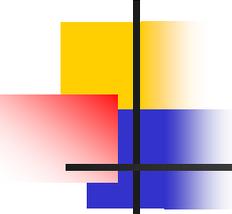
Mathématiques

Compétence : être capable de dénombrer une petite quantité

Consigne : colorie le nombre de cases demandé par le dé

The image shows a grid of 11 columns and 6 rows of empty rectangular boxes, intended for coloring. Below the grid is a row of 11 dice faces, each showing a different number of pips (dots) from 1 to 11. The dice faces are arranged as follows:

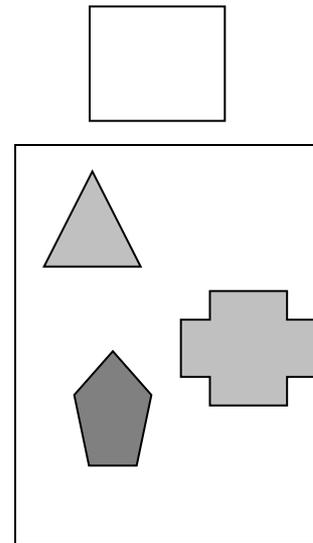
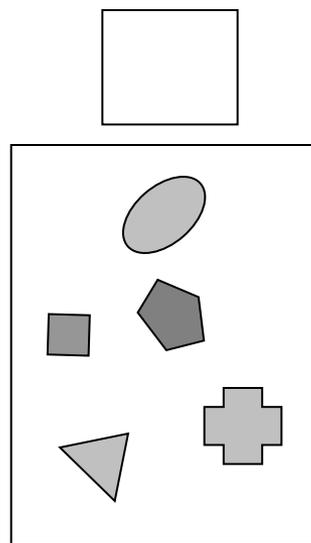
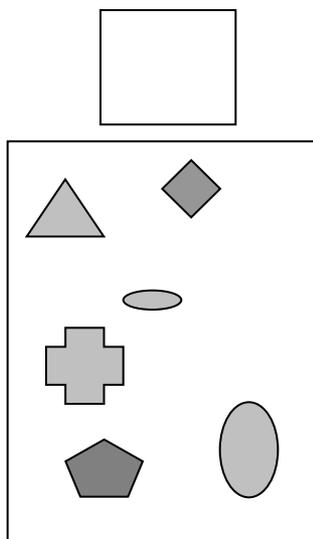
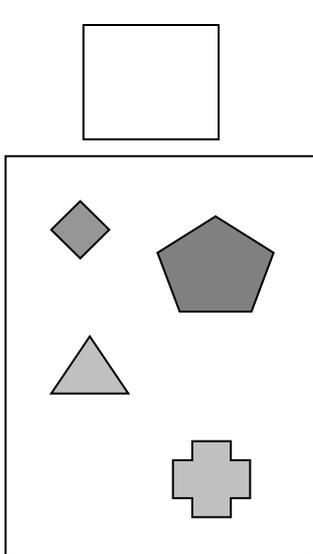
- Column 1: 1 pip (center)
- Column 2: 2 pips (top-left and bottom-right)
- Column 3: 3 pips (top-left, center, and bottom-right)
- Column 4: 4 pips (top-left, top-right, bottom-left, and bottom-right)
- Column 5: 5 pips (top-left, top-right, center, bottom-left, and bottom-right)
- Column 6: 6 pips (top-left, top-right, center, bottom-left, bottom-right, and a pip in the middle of the left edge)
- Column 7: 7 pips (top-left, top-right, center, bottom-left, bottom-right, and two pips in the middle of the left edge)
- Column 8: 8 pips (top-left, top-right, center, bottom-left, bottom-right, and three pips in the middle of the left edge)
- Column 9: 9 pips (top-left, top-right, center, bottom-left, bottom-right, and four pips in the middle of the left edge)
- Column 10: 10 pips (top-left, top-right, center, bottom-left, bottom-right, and five pips in the middle of the left edge)
- Column 11: 11 pips (center)

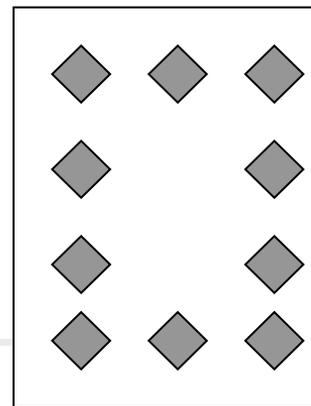
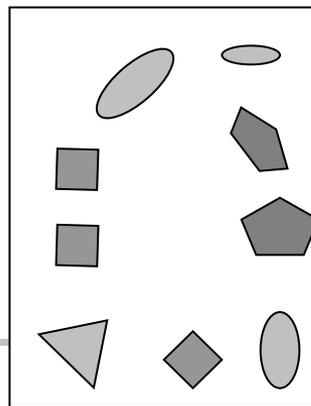
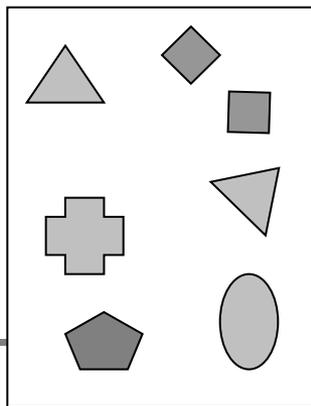
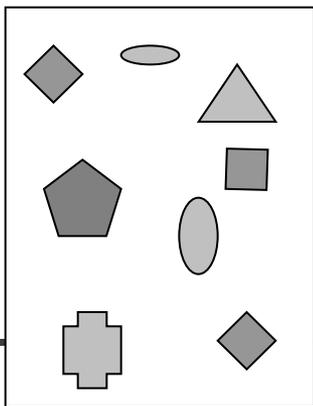
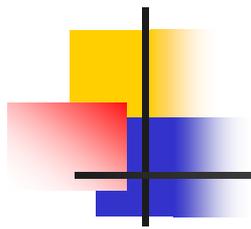


L'évaluation

Compétence : Dénombrer des petites quantités en utilisant la suite orale des nombres connus.

Consigne : indique le nombre de formes contenues dans chaque paquet.





	Pour les nombres inférieurs à 6	Pour les nombres supérieurs à 6
Sait réciter la comptine dans l'ordre (1, 2, 3, 4.....)		
Sait associer un nombre à chaque objet		
Sait pointer tous les objets une seule fois		
Sait coordonner pointage et récitation de la comptine		
Sait arrêter le comptage une fois tous les objets comptés		
Sait en fin de procédure indiquer le nombre d'objets de la collection		

Objectif 1

Reconstituer une collection à partir d'un nombre

Nommer

Objectif 2

Reconstituer une collection à partir d'un nombre

Représenter

Objectif 3

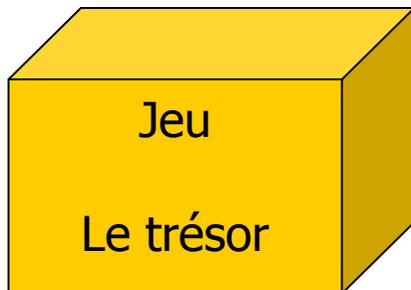
Reconstituer une collection à partir d'un nombre

Écrire
Utiliser une BN

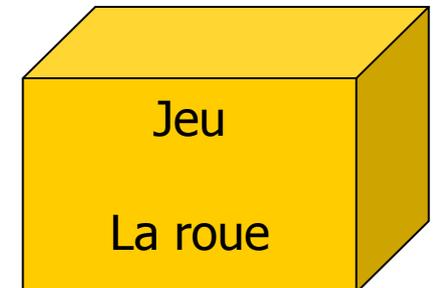
Compétence :

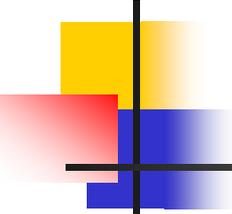
Associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée en se référant à une bande numérique

Cardinal



ordinal





Associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée

Organisation : Par groupe de 6 à 10 élèves

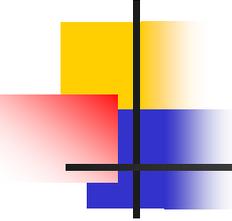
Matériel : Les mêmes cartes que précédemment avec une extension du champ numérique jusqu'à 10. Des jetons.

Organisation de la séance : les enfants sont regroupés par paire et vont travailler en binôme, l'un sera « **client** », l'autre « **banquier** » et on inversera les rôles .

Chaque banquier disposera sur sa table d'un capital de jetons.
L'enseignant donnera à chaque client une carte constellation.

Tâche pour le client : aller demander à son banquier le nombre de jetons nécessaires pour recouvrir les empreintes de sa carte constellation.

Tâche pour le banquier : donner le nombre de jetons demandé.



Associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée

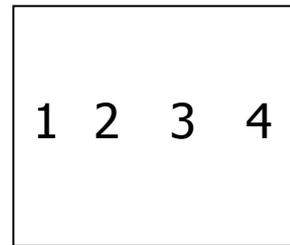
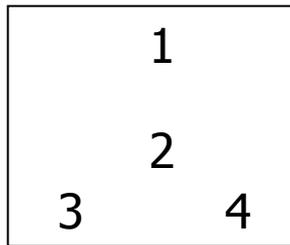
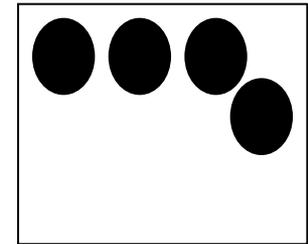
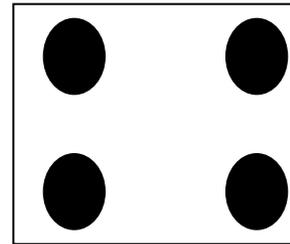
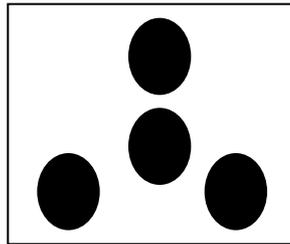
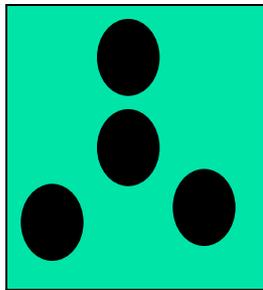
- Reconstituer une collection à partir d'un nombre nommé
- Reconstituer une collection à partir d'un nombre représenté
- Savoir utiliser la bande numérique pour lire et pour écrire les nombres

Le déroulement d'une séance d'apprentissage

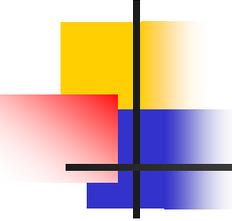
Grand groupe	Exposition de la situation problème	<ul style="list-style-type: none">■ Élimination des significations erronées■ Énonciation des critères de réussite
Individuel binôme	Situation de recherche (courte)	<ul style="list-style-type: none">■ Recherche d'une procédure■ Produire une réponse
Grand groupe	Confrontation Validation ou non	<ul style="list-style-type: none">■ Publication des résultats■ Exposition des procédures
Individuel binôme	Situation de application	<ul style="list-style-type: none">■ validation
Grand groupe	Synthèse et institutionnalisation	<ul style="list-style-type: none">■ Récit de rappel■ Énonciation des savoirs et savoirs faire appris■ Annonce de la séance suivante

Ce que l'on observe

- Les savoirs ne se construisent qu'à partir des représentations initiales dans une appropriation et une « négociation » progressive
 - Ex l'écriture des quantités



Il faut permettre aux enfants de passer par toutes ses étapes quand c'est nécessaire



Ce que l'on observe

- Les savoirs sont liés à la situation
ex : les enfants qui savent écrire 3 quand il y a 3 absents ne savent pas utiliser le 3 pour coder une quantité dans un autre contexte

Les savoirs doivent être contextualisés dans des situations différentes pour pouvoir être décontextualisés et émerger en tant que savoir indépendant des situations qui les ont fait apparaître

Autre situation:

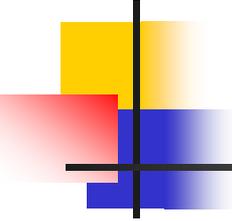
les commandes

Le référence

Le bon de commande

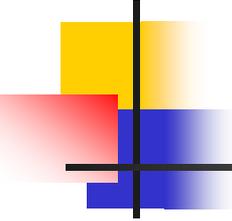


Gestion de l'hétérogénéité

●	●			
●	●			●
		●	●	

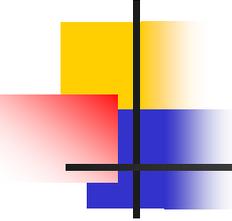
- Des éléments organisés
- Des nombres compris entre 1 et 4
- Des familles limitées

- Des éléments inorganisés
- Des familles complètes
- Possibilité de prendre plusieurs grilles



Associer le nom des nombres connus avec
leur écriture chiffrée

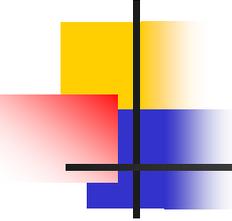
- Film



La bande numérique (Écrire, lire, calculer)

À quoi sert la bande numérique ?

- C'est un outil qui permet, dans un premier temps, de **lire** et d'**écrire** des nombres dont on n'a pas mémorisé l'écriture chiffrée.
- Elle permet de se construire une image linéaire de cette suite ordonnée sur un axe orienté.
- Elle permet de repérer que chaque nombre occupe une place précise, qu'il est avant ou après tel autre nombre et que, celui qui est plus loin, c'est-à-dire qui vient après, est le plus grand. L'enfant découvre la valeur **ordinaire** du nombre.
- Elle permet aussi de résoudre des problèmes liés à la modification de quantités, donc de **calculer** (par déplacement sur la bande).
- du **principe algorithmique** de la numération décimale, c'est-à-dire la perception du principe d'engendrement et d'organisation des écritures chiffrées.
- du **principe de position** : la valeur du chiffre dépend de sa position dans l'écriture (c'est ce qui différencie 12 et 21, par exemple)
- du **rôle-clé des dizaines** (les cases 10, 20 et 30 peuvent être matérialisées par un code et mises en correspondance avec les ruptures dans le code oral).



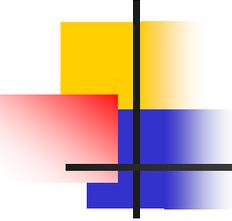
Comment utiliser la bande numérique ?

il faut :

- **garder en mémoire** le nombre cherché
- appliquer une procédure complexe : **pointer** les cases de la bande numérique **en récitant** la comptine numérique **en partant du 1** et **savoir s'arrêter** au nombre visé
- **repérer** ce nombre, l'**isoler** et le **garder en mémoire** pour le lire ou l'écrire.

Cela exige aussi de savoir :

- **dissocier** son but (écrire un nombre) des moyens (procédures et outils utilisés)
- **différer la réponse** dans le temps (apprendre à renoncer à l'immédiateté, apprendre la durée)
- **savoir ordonner et coordonner** ses actions dans le temps.



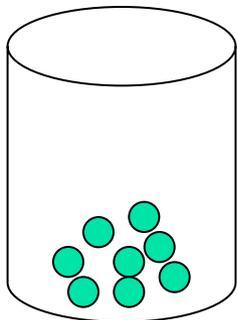
Le jeu du trésor (cardinal)

Le nombre mémoire de la quantité



Savoir compter

Savoir utiliser la bande numérique pour écrire lire la quantité



Le nombre mémoire de la quantité

Savoir utiliser la B N pour résoudre des transformations

Le rôle de la dizaine

Utilisation des groupements par 10 pour dénombrer des quantités > 30

Le jeu du nombre mystérieux (ordinal)

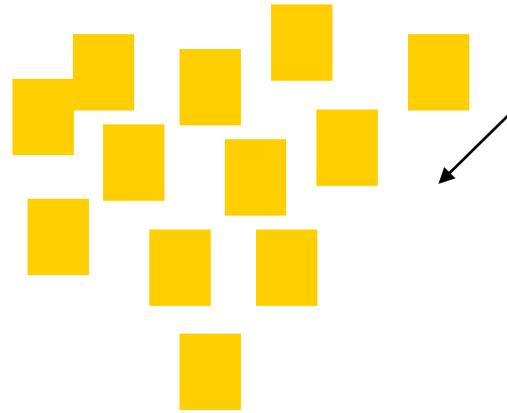
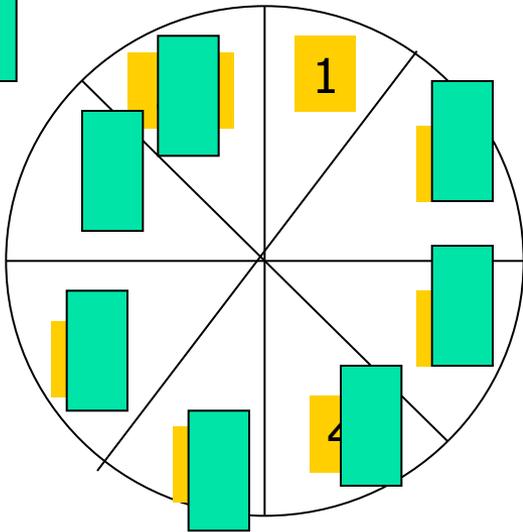
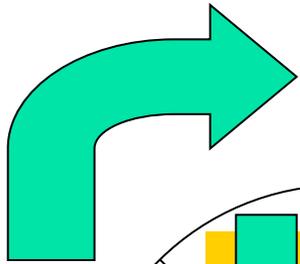
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10										20
			●						●									●	

Savoir utiliser la BN pour lire les nombres

Savoir situer les nombres les uns par rapports aux autres

6

La roue (ordinal)

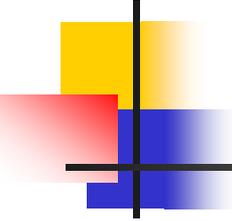


La pioche avec au dos écrit les nombres de 1 à 20

Le joueur tire au hasard un numéro et doit le retrouver sur la roue

Même objectif que précédemment

Variable : on découvre au départ le N° 7



Conclusion : du côté de la pédagogie

1. La notion de progressivité

1. **La visée à long terme** (on n'attend pas une réussite immédiate ni simultanée pour tous)
2. **La confiance / acceptation de l'hétérogénéité** (ce n'est plus une difficulté pour l'enseignant mais une richesse pour le groupe)
3. **La zone d'apprentissage** : produire l'écart

2. La notion de classe : Le groupe classe

comme communauté qui produit collectivement du savoir avec l'étayage d'un maître

3. La lutte contre les inégalités sociales : Le dévoilement de l'implicite

pour que l'école ne renforce pas les inégalités sociales