

Professeur : Mr Chakib BELARIBI

Discipline : Math- Sciences

Etablissement : L.P Flora Tristan – Camblanes

Section : BEP BIOSERVICES (ind)

Objet : Fiche pédagogique élève

Titre : Les statistiques

Nota : Dans ce qui suit ,le corrigé (trace écrite de l'élève) est en bleu et en caractère gras.

OBJECTIFS : Etre capable de

- Etablir un tableau d'effectifs ou de fréquences.
- Représenter une série statistique par un diagramme.
- Tracer puis exploiter un polygone des effectifs cumulés.
- Calculer une moyenne, un écart-type et connaître leur signification.

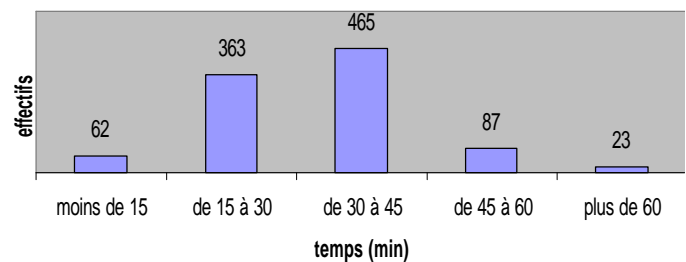
I) Exemple de situation

QUESTIONNAIRE: On a interrogé 1000 clients sortant d'un magasin d'alimentation.

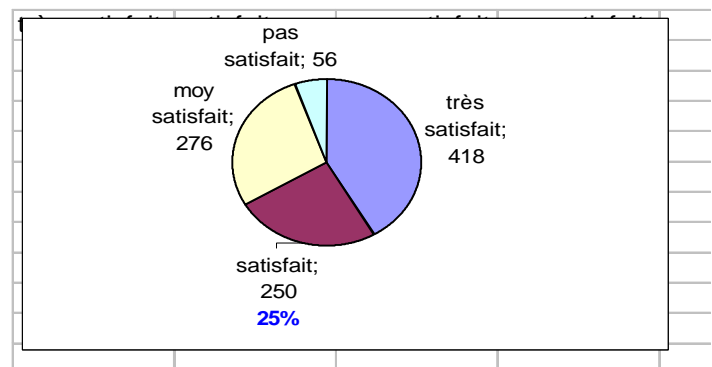
Q1 : Venez-vous régulièrement dans ce magasin ?

Oui	Non
912	88

Q2 : Combien de temps venez-vous de passer dans ce magasin ?



Q3 : Etes-vous satisfait du choix qui vous est offert ?



II) L'étude statistique

Une étude statistique comporte généralement quatre étapes :

- le recueil des données : enquêtes, recensement, sondage,...
- la présentation des résultats : tableaux ou représentations graphiques.
- le calcul des paramètres caractéristiques : ils résument une série statistique en quelques nombres afin d'en faciliter l'interprétation.
- L'exploitation des données : Réviser une stratégie commerciale, prévoir un budget,....

III) Vocabulaire

Travail demandé :

Compléter ce qui suit:

- La population étudiée (clients interrogés) contient 1000 individus, c'est **l'effectif total** noté **N**

- Dans l'exemple, nous avons étudié trois aspects: client régulier, temps passé, satisfaction.

L'aspect étudié est appelé **caractère** sa valeur est notée **x**

On distingue :

- Les caractères qualitatifs : couleur des yeux, profession, ...

- Les caractères quantitatifs, qui sont mesurables : taille, ...

Exemple : Le nombre d'enfants (0 , 1 , 2 . . .) est un caractère quantitatif discret.

Le temps passé en minutes [0 ; 15[; [15 ; 30[; ... est un caractère quantitatif continu, il peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle.

IV) Effectifs et fréquences

Activité : Reprenons l'exemple ci-dessus (questionnaire, Q3 , page 1).

Travail demandé

a) Compléter le tableau ci-contre, puis écrire la deuxième ligne.

Valeur du caractère

Effectif Fréquence

On dira que **25% des clients**

interrogés sont satisfaits

b) Compléter, dans le cas « satisfait », le diagramme circulaire donné à la page 2.

Caractère x_i	Effectif n_i	Pourcentage %	Fréquence f_i
$x_1 =$ Très satisfait	$n_1 = 418$	$\frac{418}{1000} \times 100 = 41,8$	$f_1 = \frac{418}{1000} = 0,418$
$X_2 =$ Satisfait	$n_2 = 250$	25	$f_2 = 0,25$
Moy satisfait	276	27,6	0,276
Pas satisfait	56	5,6	0,056
Totaux	N=1000	100%	1

En résumé

Valeur du caractère x_i Effectif (pour la valeur x_i) n_i

Effectif total $N = n_1 + n_2 + \dots = \sum n_i$ Symbole somme (sigma) : Σ .

Fréquence (pour la valeur x_i) $f_i = \frac{n_i}{N}$, ex : $f_2 = \frac{n_2}{N} = \frac{250}{1000} = 0,25$ soit **25%**

$\Sigma f_i = 1$ ou 100%

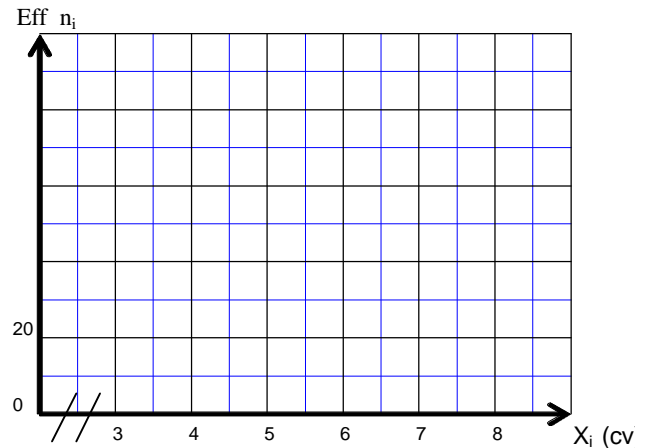
V) Représentation d'une série statistique

1) Diagramme en bâtons

Activité : On s'intéresse à la puissance fiscale (en chevaux, cv) des voitures d'une entreprise.

Diagramme en bâtons des effectifs

Puissance x_i	Effectif n_i
3	55
4	63
5	71
6	47
7	87
8	23



Travail demandé

Construire le diagramme en bâtons des effectifs de cette série.

2) Diagramme circulaire

Activité : Les dépenses d'une commune sont réparties de la façon suivante :

Poste	Dépenses (k€)	Dépenses (en %)	Angle (en degrés)
Voirie	9,592	$\frac{9,592}{23,252} \times 100 = 41,25$	$\frac{9,592}{23,252} \times 360^\circ = 148,5$
Enseignement-sport-culture-loisirs	5,456	23,46	84,5
Urbanisme-environnement	8,204	35,28	127
Totaux	23,252	100%	360°

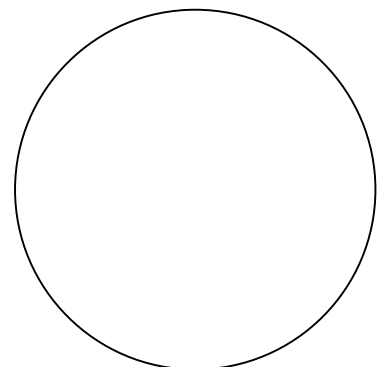
Diagramme circulaire

Travail demandé

a) Calculer le total des dépenses, puis compléter le tableau ci-dessus.

Indication: chaque poste est représenté par un angle.

b) A l'aide de votre rapporteur, construire le diagramme circulaire.

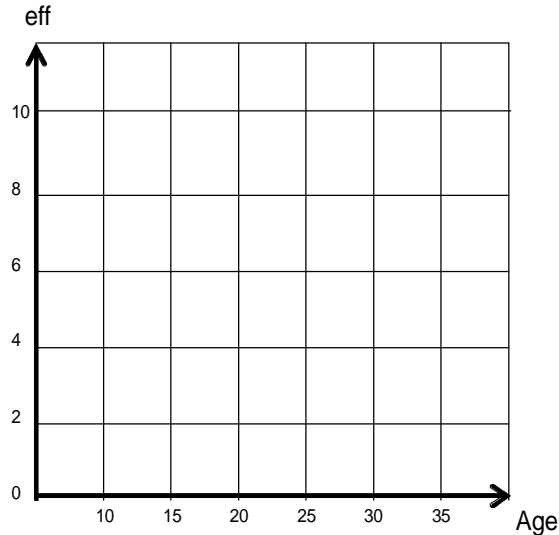


3) Histogramme

Activité : Les résultats du recensement à Belleville des personnes de 10 à 40 ans sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

Histogramme des effectifs

Age (ans)	Effectif
[10 ;15[8
[15 ;20[7
[20 ;25[9
[25 ;30[11
[30 ;35[8
[35 ;40[10



Travail demandé :

- Tracer l'histogramme des effectifs correspondant.
- La ligne qui joint les milieux des côtés supérieurs des rectangles est appelée polygone des effectifs. Tracer ce polygone.

Remarques

- Chaque classe est caractérisée par une amplitude : [15 ;20[a pour amplitude $20-15=5$.
- Dans l'exemple étudié, les classes ont même amplitude; la hauteur du rectangle est proportionnelle à l'effectif des classes.

VI) Effectifs et fréquences cumulés

1) Effectifs cumulés croissants ECC et décroissants ECD

Activité : Le caractère étudié dans l'exemple qui suit, est le temps consacré par l'élève à ses loisirs durant le week-end précédent.

classe (heures)	Effectif n_i	ECC	ECD
[2 ;4[6	6	54
[4 ;6[11	6+11=17	54-6=48
[6 ;8[16	33	37
[8 ;10[11	44	21
[10 ;13[10	54	10
	N=54		

Lecture d'une classe: Tout nombre se trouvant dans l'intervalle $[4 ;6[$:

est au moins égal à 4 ($>$) , et vaut moins que 6 ($<$) .

Travail demandé

a) Compléter ce qui suit,après lecture du tableau (x :représente le temps).

- Effectifs pour : $x < 4$ **6** ; $x < 6$ **6+11** ; $x < 8$ **6+11+16**

- Il s'agit donc **d'effectifs cumulés croissants ECC**

b) Traduire,à l'aide d'une phrase,le troisième cas ($x < 8$):**Il y a 33 élèves consacrant moins de 8 heures à leurs loisirs.**

c) Compléter le tableau proposé (ECC).

d) Compléter ce qui suit :

- Effectif pour : $x > 2$ **54** ; $x > 4$ **54-6** ; $x > 6$ **54-6-11**

- Il s'agit donc **d'effectifs cumulés décroissants ECD**

e) Compléter le tableau (ECD).

f) Ecrire les coordonnées des points permettant de représenter les polygones des effectifs cumulés :

-croissants ECC : (4 ;6) ,

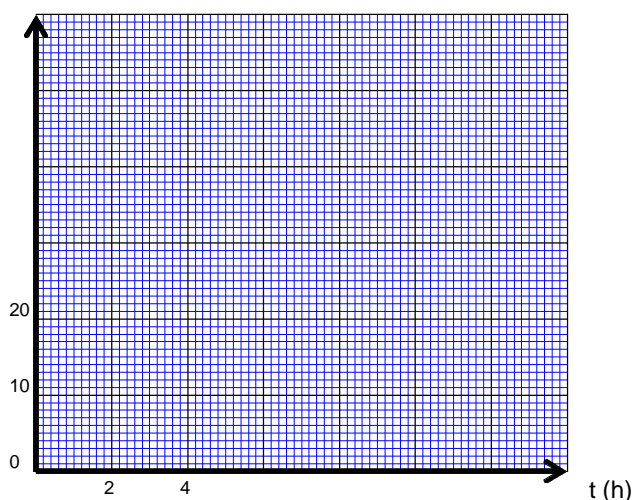
-décroissants ECD : (2 ;54) ,

g) Tracer les polygones ECC et ECD. Joindre les points représentés à la règle ;nommer ce graphique.

h) Déterminer graphiquement le nombre d'élèves consacrant : au moins 5 heures à leurs loisirs ; moins de 9 heures à leurs loisirs. Ecrire une phrase-réponse à côté du graphique.

Polygones des effectifs cumulés

Eff. cumu



2) Fréquences cumulées croissantes FCC et décroissantes FCD

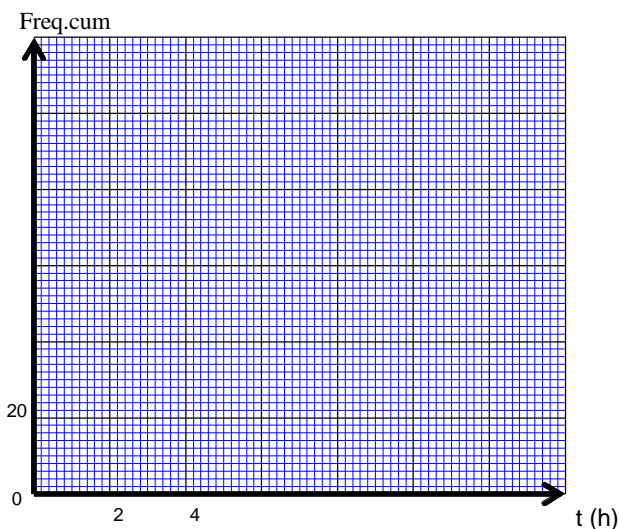
Reprenons l'activité ci-dessus.

classe (heures)	Effectif n_i	Fréquence f_i (%)	FCC	FCD
[2 ;4[6	11,1	11,1	100
[4 ;6[11	20,4	11,1+20,4=31,5	100-11,1=88,9
[6 ;8[16	29,6	61,1	68,5
[8 ;10[11	20,4	81,5	38,9
[10 ;13[10	18,5	100	18,5
	N=54	100%		

Travail demandé

- Compléter la colonne 3 du tableau ci-dessus.
- Compléter le tableau des fréquences cumulées croissantes FCC et décroissantes FCD .
- Ecrire les coordonnées des points permettant de représenter le polygone des fréquences cumulées croissantes FCC :
- Tracer le polygone FCC.
- Déterminer graphiquement le pourcentage d'élèves consacrant moins de 5 heures à leurs loisirs ; écrire une phrase-réponse à côté du graphique.

Polygone des fréquences cumulées croissantes



VII) Les paramètres de position

1) La médiane

C'est la valeur du caractère, notée x_m , qui partage la série statistique en deux effectifs égaux.

La médiane est déterminée graphiquement sur la courbe:
 - ECC, à mi-effectif cumulé ($N/2$), N étant l'effectif total ;

- FCC ,à mi-fréquence cumulée (50%) ;
- à l'intersection des polygones ECC et ECD.

Déterminer la valeur de la médiane de la série statistique étudiée, puis donner sa signification :
médiane :7,2 heures .La moitié des élèves consacrent moins de 7,2 heures aux loisirs,l'autre moitié plus de 7,2 heures.

2) La moyenne

Activité 1 : La variable (le caractère) x_i est discrète

Un élève a obtenu ,au BEP, les résultats suivants :

Calculer la moyenne de cet élève :

.

Matière	Note	Coefficient
Français	11	4
Math-sc	9	4
EPS	14	1
Epreuve prof	11	16

Activité 2 : La variable est continue (utilisation de classes)

A la fin de la journée,un commerçant veut calculer le montant moyen des chèques encaissés :

Mantant (€)	Effectif n_i	Centre de classe x_i	Produit $n_i x_i$
[0 ;100[21	$(100+0)/2 = 50$	21x50=1050
[100 ;200[40	150	6000
[200 ;300[38	250	9500
[300 ;400[17	350	5950
[400 ;500[12	450	5400
[500 ;600[4	550	2200
Totaux	N=132	/	29050

Calculer la moyenne des montants des chèques : $\bar{x} = \frac{29050}{132} \cong 220$

Le montant moyen des chèques est égal à 220 €.

En résumé : Pour calculer une moyenne

- Notation de la moyenne \bar{x} Effectif total N .

- On calcule,si nécessaire, les centres de classe $[a ;b[$: $x_i = (a+b)/2$.

- On effectue les produits $n_i x_i$, puis on les somme.

- On détermine la valeur de la moyenne selon la relation :

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1+n_2x_2+\dots}{N} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$$

VIII) Variance et écart-type

Activité : Les élèves d'une classe ont effectué deux devoirs. Voici leurs notes:

Dev 1: 0 ; 3 ; 4 ; 5 ; 5 ; 6 ; 8,5 ; 11 ; 11 ; 11 ; 15 ; 17,5 ; 20 .

$$\text{moy} : \bar{x} = 9 .$$

Dev 2 : 7 ; 7 ; 7,5 ; 7,5 ; 8 ; 8 ; 8,5 ; 9,5 ; 10,5 ; 10,5 ; 11 ; 11 ; 11 .

$$\text{moy} : \bar{x} = 9 .$$

Travail demandé

a) Observer le tableau 1 puis compléter le tableau 2 ci-dessous ;

Tableau 1 (devoir 1)

Note x_i	Effectif n_i	$n_i (x_i - \bar{x})^2$
0	1	$1 \times (0-9)^2 = 81$
3	1	36
4	1	25
5	2	32
6	1	9
8,5	1	0,25
11	3	12
15	1	36
17,5	1	72,25
20	1	121
Totaux	N=13	424,5

Tableau 2 (devoir 2)

Note x_i	Effectif n_i	$n_i (x_i - \bar{x})^2$
7	2	$2 \times (7-9)^2 = 8$
7,5	2	4,5
8	2	2
8,5	1	0,25
9,5	1	0,25
10,5	2	4,5
11	3	12
Totaux	N=13	31,5

b) Calculer la variance notée V dans le deuxième cas :

$$V = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} ; \quad V_1 = \frac{424,5}{13} = 32,7 ; \quad V_2 = \frac{31,5}{13} = 2,4$$

c) Calculer l'écart-type noté σ (sigma) dans le deuxième cas ; on donne $\sigma = \sqrt{V}$.

$$\sigma_1 = \sqrt{V_1} = 5,71 ; \quad \sigma_2 = \sqrt{V_2} = 1,56$$

d) Observer puis comparer la distribution des notes autour de la moyenne pour les deux devoirs.

Les notes du devoir 2 sont moins dispersées que celles du devoir 1 , d'où: $\sigma_2 < \sigma_1$

En résumé

La variance V, ou l'écart-type σ , sont des paramètres de dispersion caractéristiques d'une série statistique ; pour les calculer on utilise les relations :

$$V = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} \quad \text{ou} \quad V = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2 ; \quad \sigma = \sqrt{V} .$$

Avec N l'effectif total de la série, et \bar{x} la moyenne .

EXERCICES

Pour traiter les exercices qui suivent, consulter le cours afin de trouver les formules utiles, les modèles de tableaux ou de graphiques . . .

EX 1 Calcul d'un pourcentage-Diagramme circulaire

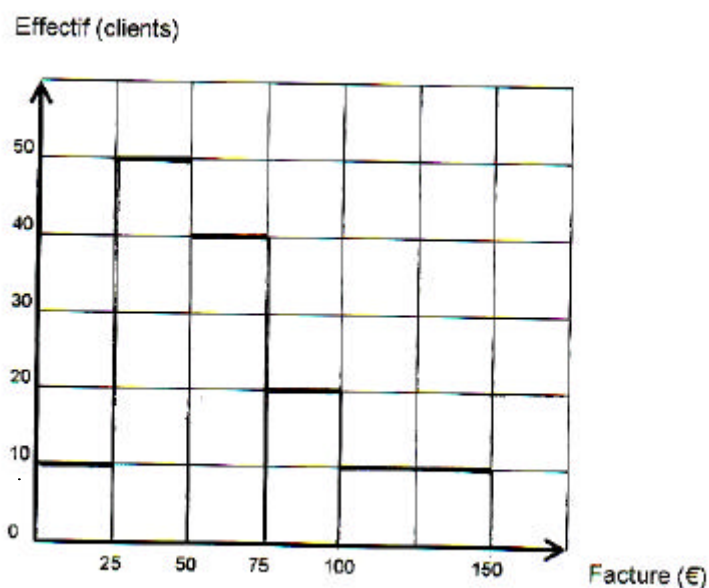
En 1993, l'Aquitaine a produit 232 312 tonnes de déchets-cartons .La répartition de ces déchets, selon la destination, est donnée ci-dessous.

Destination	Déchets (tonnes)	Pourcentage (%)	Angle (degrés)
Décharge	94 871		
Valorisation énergétique	9 034		
Valorisation matière	101 141		
Destruction	13 327		
Autres	13 939		
Totaux			

- a) Compléter ce tableau.
- b) Construire le diagramme circulaire de cette répartition.

EX 2 Utilisation d'un histogramme-Effectifs cumulés-Moyenne

Le restaurant gastronomique « le marquis » fait en moyenne 25 repas par jour, du lundi au samedi. L'histogramme ci-dessous présente la répartition des factures des clients d'une semaine en fonction de leur montant :



- a) Compléter les colonnes 1,2 et 3 du tableau donné en page 10.

Montant (€)	Effectif n_i	ECC	Centre de classe x_i	$n_i x_i$
[0 ;25[$(0+25)/2= 12,5$	
[25 ;50[
Totaux		/	/	

b) Tracer le polygone des effectifs cumulés croissants.

Echelles : axe des abscisses: 1 cm pour 25 €; axe des ordonnées: 1 cm pour 10 clients.

c) Déterminer graphiquement le nombre de factures ayant un montant inférieur à 60 €.

d) Compléter le tableau puis calculer le montant moyen des factures (la moyenne).

EX 3 Calcul de fréquence-Histogramme des fréquences-Fréquences cumulées

Une administration dispose d'un parc de véhicules et a relevé pour 104 d'entre eux les distances parcourues au moment de leur mise à la vente.

Distances parcourues (milliers de km)	Effectif n_i	Fréquence f_i (en %)	FCC	Centre de classe x_i	$n_i x_i$
[80 ;85[10				
[85 ;90[14				
[90 ;95[36				
[95 ;100[24				
[100 ;105[20				
Totaux					

a) Compléter les colonnes 2 et 3 du tableau.

b) Tracer l'histogramme des fréquences (graphique ci-contre).

c) Compléter la colonne 4 (FCC).

d) Tracer, sur une feuille-réponse, le polygone des fréquences cumulées croissantes.

Echelles :

- axe des abscisses: voir histogramme.

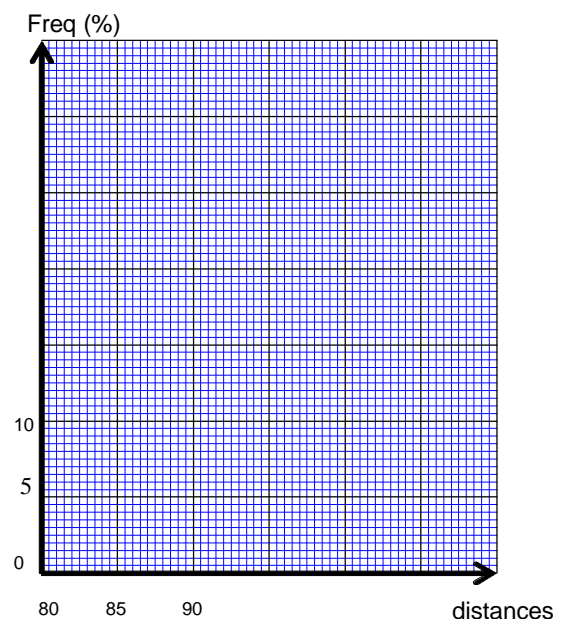
- axe des ordonnées: 1 cm pour 10 %.

e) Par lecture du tableau, dire combien de véhicules ont parcouru moins de 95 000 km.

f) Déterminer graphiquement le pourcentage de véhicules ayant parcouru moins de 87 000 km.

g) Déterminer graphiquement la médiane de cette série statistique; donner sa signification.

h) Compléter le tableau, puis calculer le kilométrage moyen parcouru.



EX 4 Calcul de l'écart-type

La répartition des âges des 54 élèves des sections de BEP d'un lycée est donnée par le tableau ci-contre.

L'âge moyen est égal à : $\bar{x} = 17,7$ ans.

Calculer la variance puis l'écart-type de cette série statistique.

Age (ans)	Effectif n_i	Centre de classe x_i	$n_i (x_i - \bar{x})^2$
[15 ;16[3		
[16 ;17[10		
[17 ;18[18		
[18 ;19[17		
[19 ;20[6		
Totaux			

EX 5 Utilisation de la calculatrice

A partir du mode d'emploi de votre calculatrice, écrire la séquence qui vous permet de calculer directement :

- la moyenne (exercice 3)
- l'écart-type (exercice 4)

EX 6 Représentations d'une série statistique

Voici la représentation des pourcentages en masse des éléments chimiques du globe terrestre :

- a) Comment se nomme cette représentation ?
- b) Représenter ces pourcentages à l'aide d'un diagramme en bâtons.

