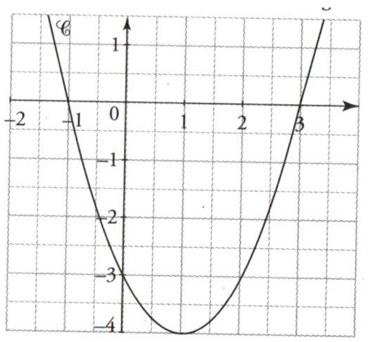
Correction

Exercice 1 (5 points)



A- L'écriture scientifique de $\dfrac{3\times10^5-6\times10^3}{3\times10^{11}}$ est $9{,}8\times10^{-7}$.

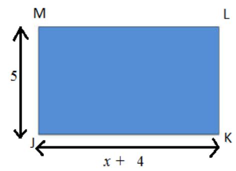
B- La valeur arrondie au centième de $\sqrt{\dfrac{27+3^2\times4}{2^2}}$ est 3,97.

C- L'image du nombre 1 par la fonction g est - 4.

D- Un antécédent de 0 par la fonction g est – 1 ou 3.

E- g(2)= - 3

Exercice 2 (5 points)



1) On considère le rectangle ci-contre MLKJ où x est un nombre positif.

L'aire de ce rectangle MLKJ en fonction de x est 5 (x + 4) unités

2) On considère l'expression suivante : $H(x) = (3x+1)(2x-3)-(2x-3)^2$

a/ Développer et réduire $H(x)$.

$H(x) = (3x+1)(2x-3)-(2x-3)^2$

$H(x) = 6x^2-9x+2x-3-\left((2x)^2-2\times2x\times3+3^2\right)$

$H(x) = 6x^2-7x-3-4x^2+12x-9$

$H(x) = 2x^2+5x-12$

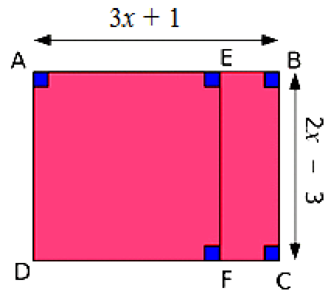
b/ Factoriser $H(x)$.

$H(x) = (3x+1)(2x-3)-(2x-3)^2$

$H(x) = (2x-3)((3x+1)-(2x-3))$

$H(x) = (2x-3)(3x+1-2x+3)$

$H(x) = (2x-3)(x+4)$



3) Sur la figure ci-contre, ABCD est un rectangle et AEFD est un carré. On suppose que x est un nombre supérieur à 2. *Pour quelle valeur de x (x > 2), la différence entre l'aire du rectangle ABCD et l'aire du carré AEFD est-elle égale à l'aire du rectangle MLKJ de la question 1)? Justifier.*

La différence entre l'aire du rectangle ABCD et l'aire du carré AEFD est

$(3x+1)(2x-3)-(2x-3)^2$. *On doit donc résoudre :*

$$(3x+1)(2x-3)-(2x-3)^2 = 5(x+4)$$

Soit d'après la question 2)b) :

$2x^2+5x-12 = 5(x+4)$

$2x^2+5x-12 = 5x+20$

$2x^2 = 5x-5x+20+12$

donc

$2x^2 = 32$

$x^2 = 32\div2 = 16$

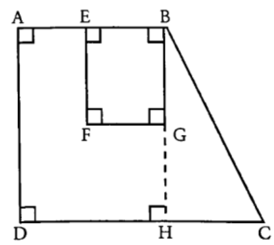
$x = 4$ ou $x = -4$

Et comme x >2 , pour x = 4 les deux aires sont égales.

Exercice 3 (6 points)

La famille Martin possède le terrain ABCD en face de la maison de Mr Widjaja.

Sur ce terrain, elle veut faire construire une maison BEFG comme indiqué sur la figure ci-contre.



ABCD est un trapèze.

BEFG est un rectangle.

On donne:

AB = 15 m; AD = 20 m;

DC = 25 m; AE = 7 m.

La réglementation municipale impose que les deux conditions suivantes soient vérifiées :

- **Condition n° 1** : l'aire de la maison est supérieure ou égale à 60 m^2.
- **Condition n° 2** : le nombre K défini par K = $\dfrac{aire\,de\,la\,maison}{aire\,du\,terrain}$ est tel que K < 0,3.

1) Montrer que l'aire du terrain total est 400 m^2.

$\mathcal{A}$(trapèze) = $\dfrac{(petite\ base + grande\ base) \times hauteur}{2}$

$\mathcal{A}$(trapèze) = $\dfrac{(AB+DC) \times AD}{2}$

$\mathcal{A}$(trapèze) = $\dfrac{(15+25) \times 20}{2}$

$\mathcal{A}$(trapèze) = 400

L'aire du terrain est bien de 400m².

2) Justifier que : EB = 8 m.

EB = AB – AE car les points A, E, B sont alignés dans cet ordre.

EB = 15 – 7 = 8 Donc la longueur EB vaut bien 8m.

3) La famille Martin hésite entre plusieurs possibilités pour la longueur EF.
Obtiendra-t-elle l'autorisation de construire la maison si elle choisit :

a/ EF = 6 m ? Justifier clairement.

Si EF = 6, alors l'aire de la maison est de 6x8 = 48m², donc d'après la condition n°1, ils n'auront pas l'autorisation de construire.

b/ EF = 10 m ? Justifier clairement.

Si EF = 10, alors l'aire de la maison sera de 8x10 = 80m², donc la première condition sera remplie.

Et K = 80/400 = 0,2. Donc K<0,3. Donc la condition n°2 est aussi remplie.

Ils pourront donc construire leur maison.

c/ EF = 13 m ? Justifier clairement.

Si EF = 13, alors l'aire de la maison sera de 8x13 = 104m², donc la première condition sera remplie.

Et K = 104/400 = 0,26. Donc K<0,3. Donc la condition n°2 est aussi remplie.

Ils pourront donc construire leur maison.

EXERCICE 4 (4 POINTS)

La distance entre le phare P et le port O est égale à environ 4,65 km.

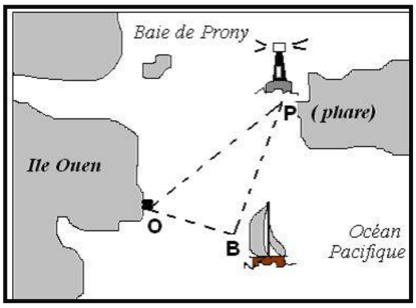
Un bateau B se trouve au large du port.

Le triangle OPB est rectangle en B et des visées ont promis d'obtenir que l'angle $\widehat{OPB}$ est égal à 30°.

1) Montrer que la distance du bateau B au port O est égale à 2 325 m.

2) Sachant que le bateau se déplace à 15,5 km/h, déterminer le temps (en minutes) qu'il lui faudra pour rejoindre le port O.

Rappel : $\boldsymbol{Vitesse = \frac{distance}{temps}}$



1) Dans le triangle OBP rectangle en B, on a :

$sin\ \widehat{OPB} = \frac{OB}{OP}$ donc sin 30° = $\frac{OB}{2325}$ donc OB = 2325 x sin 30°=1162,5

Donc le bateau B est à 1162,5 m du port O, soit aussi 1,1625 km.

2) Comme $\boldsymbol{Vitesse = \frac{distance}{temps}}$ **alors** $\boldsymbol{Temps = \frac{distance}{vitesse}}$ Temps = $\frac{1,1625}{15,5}$ = 0,75 h

0,75 h = ¾ d'heure soit encore 45 min

Donc le bateau sera au port dans 45 minutes.

EXERCICE 5 (3 POINTS)

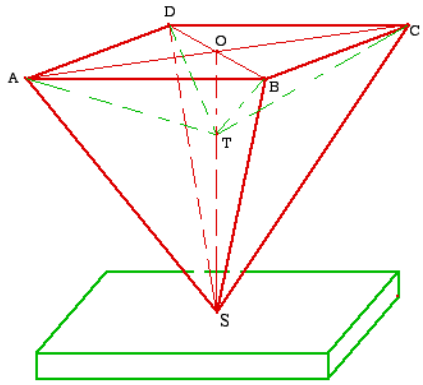
Mr et Mme Widjaja trouvent qu'ils ont des factures d'électricité trop élevées. L'an dernier, ils ont payé au total 940 € d'électricité. Aussi, ils ont décidé de faire des travaux pour mieux isoler leur logement. Le montant des travaux est de 1 260 €. Mr Widjaja a calculé qu'il gagnera 15 % sur cette facture annuelle. *Au bout de combien d'années, si leurs besoins en électricité restent constants, Mr et Mme Widjaja auront-ils amorti leurs travaux ? Justifier votre raisonnement.*

Calculons le montant de l'économie annuelle :

15% de 940 : 15 x 940 : 100 = 141 Donc chaque année, il économisera 141€.

1260 : 141 ≈ 8,9 Les travaux seront amortis au bout de 9 années.

EXERCICE 6 (7 POINTS)



La figure suivante représente une fontaine en pierre.

Il s'agit d'une pyramide régulière SABCD dans laquelle on a creusé une pyramide régulière TABCD correspondant au bassin qui reçoit l'eau.

La pyramide SABCD a pour base le carré ABCD de centre O.

Le côté [AB] a pour longueur 6 dm.

La hauteur SO est égale à 9 dm.

La hauteur OT est égale à 6 dm.

1) Dans le triangle ABC, calculer AC.

On donnera la réponse sous la forme $m\sqrt{n}$, avec m et n deux entiers où n est le plus petit possible.

2) a/ Calculer l'aire du carré ABCD.

b/ Calculer le volume total de la fontaine SABCD.

c/ Ecrire ce volume en litre. Faire une phrase.

3) Calculer le volume du bassin d'eau TABCD.

4) Montrer que le volume de pierre de la fontaine est 36 dm^3.

1) Le triangle ABC est rectangle en B puisque ABCD est un carré. On peut donc utiliser le théorème de Pythagore :

AB² + BC ² = AC²

6² + 6² = AC²

36 + 36 = AC² Donc la longueur AC vaut $6\sqrt{2}$ dm.

72 = AC²

AC =$\sqrt{72} = \sqrt{2 \times 36} = 6\sqrt{2}$

2) a/

$\mathcal{A}$(carré) = côté² donc $\mathcal{A}$(ABCD) = 6x6 = 36

Donc l'aire du carré ABCD est de 36dm².

b/

$\mathcal{V}$(pyramide) =$\frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3}$ donc $\mathcal{V}$(SABCD) = $\frac{36\times9}{3} = 108$

Donc le volume de SABCD est de 108 dm^3.

c/

1 L = 1dm^3 donc le volume de SABCD est de 108L.

3)

$\mathcal{V}$(pyramide) =$\frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3}$ $\mathcal{V}$(TABCD) = $\frac{36\times6}{3} = 72$

avec TO la hauteur de TABCD.

Donc le volume du bassin d'eau TABCD est de 72 dm^3.

4)

$\mathcal{V}$ (pierre) = $\mathcal{V}$(SABCD) - $\mathcal{V}$(TABCD)

$\mathcal{V}$ (pierre) = 108 – 72

$\mathcal{V}$ (pierre) = 36 Le volume de pierre de la fontaine est bien de 36d