CORRECTION DU BREVET BLANC - JANVIER 2015

EXERCICE 1 (5 POINTS)

Emma et Arthur ont acheté pour leur mariage 3 003 dragées au chocolat et 3 731 dragées aux amandes.

1. Arthur propose de répartir ces dragées de façon identique dans 20 corbeilles.
   Chaque corbeille doit avoir la même composition.
   Combien lui reste-t-il de dragées non utilisées ?

Dragées au chocolat :

$$\begin{array}{r|l} 3003 & 20 \\ \hline 3 & 150 \end{array}$$

Il y aura 150 dragées au chocolat dans une corbeille.
Il restera 3 dragées au chocolat

Dragées aux amandes:

$$\begin{array}{r|l} 3731 & 20 \\ \hline 11 & 186 \end{array}$$

Il y aura 186 dragées aux amandes dans une corbeille.
Il restera 11 dragées aux amandes

Conclusion : 11 + 3 = 14 ***Il restera 14 dragées non utilisées***

2. Emma et Arthur changent d'avis et décident de proposer des petits ballotins* qui ont la même composition. Ils souhaitent qu'il ne leur reste pas de dragées.
   a) Emma propose d'en faire 90. *Ceci convient-il ? Justifier votre réponse*.

$3003 \div 90 \approx 33,37$ donc il restera des dragées aux chocolats non utilisées.
Emma ne pourra pas faire 90 ballotins.

   b) Ils se mettent d'accord pour faire un maximum de ballotins.
   Combien en feront-ils ? Quelle sera la composition de chaque ballotin ?
   Détailler votre démarche

Arthur et Emma doivent repartir tous les dragées équitablement dans des ballotins.
Le nombre de ballotins est donc un diviseur commun de 3003 et 3731.
Comme ils veulent réaliser le plus grand nombre de ballotins, *le nombre de ballotins est donc le plus grand diviseur commun de 3003 et 3731.*
On calcule donc le PGCD de 3003 et 3731 avec l'algorithme d'Euclide

$$\begin{array}{r|l} 3731 & 3003 \\ \hline 728 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3003 & 728 \\ \hline 91 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 728 & 91 \\ \hline 0 & 8 \end{array}$$

Le PGCD est le dernier reste non nul soit 91.

Ils pourront donc faire 91 ballotins.

$3003 \div 91 = 33$ et $3731 \div 91 = 41$

Chaque ballotin sera composé de 33 dragées au chocolat et de 41 dragées aux amandes.

EXERCICE 2 (6 POINTS)

Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Les réponses devront être justifiées.

1. Lorsque l'on développe et réduit l'expression $(5x-3)^2$, on obtient $25x^2-9$.

Cette affirmation est fausse

D'après l'identité remarquable : $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{2ab} + \boldsymbol{b}^2$, on a $\mathbf{(5x-3)^2 = 25x^2 - 30x + 9}$

2. Les nombres 105 et 77 sont premiers entre eux.

Cette affirmation est fausse

105 et 77 sont divisibles par 7 : 105 ÷ 7 = 15 et 77 ÷ 7 = 11.

3. Un bidon contient 25 L. Si j'augmente de 2% sa contenance, alors j'obtiens 25,5 L.

Cette affirmation est vraie

2% de 25 L revient à calculer 0,02 × 25 = 0,5

25 + 0,5 = 25,5 L

4. Une mouette parcourt 4,2 km en 8 minutes. Si elle garde la même vitesse, elle aura parcouru 31,5 km en une heure.

Cette affirmation est vraie

Distance en km	4,2	
Temps en minute	8	60

D'après l'égalité des produits en croix , on a

$$\frac{4{,}2 \times 60}{8} = 31{,}5$$

La mouette aura bien parcouru 31,5 km en 1h.

EXERCICE 3 (3 POINTS)

Au marché, un commerçant propose à ses clients diverses boissons.
Il a au total 100 boissons : 22 bouteilles de thé glacé, 32 bouteilles de jus d'ananas, 18 bouteilles de soda et les autres sont des bouteilles d'eau. Le commerçant gère son stock grâce au tableur ci-dessous.

	A	B	C	D
1	Boisson	Quantité	Nombre de bouteilles vendues	Quantité restante
2	Thé glacé	22	4	18
3	Jus d'ananas	32		27
4	Soda	18	3	
5	Eau	28		
6	Total	100	24	

1. Sur la feuille annexe (**à coller sur la copie**), remplir les cellules laissées vides.
Aucune justification n'est demandée.

	A	B	C	D
1	**Boisson**	**Quantité**	**Nombre de bouteilles vendues**	**Quantité restantes**
2	**Thé glacé**	**22**	**4**	**18**
3	**Jus d'ananas**	**32**	**5**	**27**
4	**Soda**	**18**	**3**	**15**
5	**Eau**	**28**	**12**	**16**
6	**Total**	**100**	**24**	**76**

2. Quelle formule, copiée ensuite vers le bas jusqu'à la ligne 6, a-t-il écrit en D2 ?

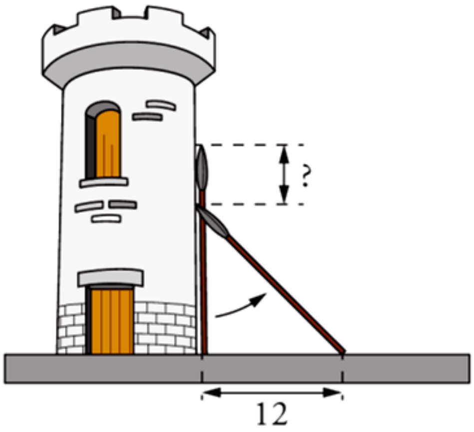
La formule écrite en cellule D2 est **= B2 – C2**

EXERCICE 4 (5 POINTS)

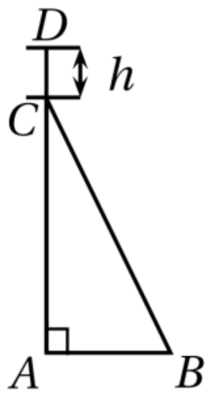
À Pise vers 1200 après J. C. (problème attribué à Léonard de Pise, dit Fibonacci, mathématicien italien du Moyen Âge)..

Une lance, longue de 20 pieds, est posée verticalement le long d'une tour considérée comme perpendiculaire au sol. (*Un pied est une unité de mesure anglo-saxonne valant environ 30 cm.)*

On éloigne l'extrémité de la lance qui repose sur le sol de 12 pieds de la tour



On réalise le schéma suivant (qui n'est pas à l'échelle) pour modéliser la situation



1. **a)** Calculer la hauteur *AC* (en pieds) dans la situation décrite.

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A, on obtient :

$BC^2 = BA^2 + AC^2$

$20^2 = 12^2 + AC^2$

$400 = 144 + AC^2$

$AC^2 = 400 - 144 = 256$ donc $AC = \sqrt{256} = 16$.

Dans la situation décrite, la hauteur AC est de <u>16 pieds</u>.

b) En déduire l'écart de hauteur *h* (en pieds) entre les deux positions de la lance.

On a alors : $h = AD - AC = 20 - 16 = 4$.

Il y a 4 pieds d'écart entre les deux positions de la lance.

2. Lorsque *h* = 4 pieds, calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ formé par la lance avec le sol (arrondir au degré).

Lorsque *h* = 4, on a AC = 20 – 4 = 16 ; BC = 20 et dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \sin \widehat{ABC} = \frac{16}{20} \quad \text{ce qui donne} \quad \widehat{ABC} \approx 53°.$$

L'angle formé par la lance avec le sol est alors d'environ 53°.

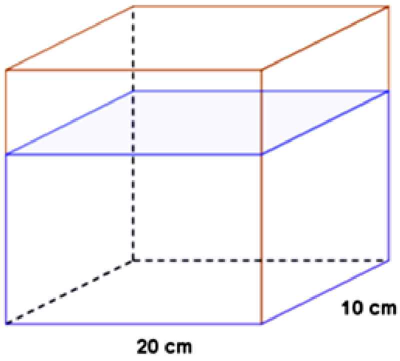
EXERCICE 5 (4 POINTS)

Toute démarche, même si elle n'aboutit pas, doit être écrite sur votre copie et sera prise en compte dans la notation.

Une boîte contient 5 œufs, parfaitement identiques.

Sophie souhaite déterminer le volume de l'un de ces 5 œufs.

Elle utilise un récipient qui a la forme d'un pavé droit et elle le remplit partiellement d'eau jusqu'à une hauteur de 8 cm.(voir figure ci-contre)



Elle plonge ensuite les 5 œufs dans l'eau : ils coulent tous jusqu'à atteindre le fond du récipient.

Sophie constate que maintenant la hauteur d'eau dans le récipient est de 11 cm.

Déterminer le volume d'un seul œuf.

Volume d'eau : $20 \times 10 \times 8 = 1600$ cm^3

Volume total (l'eau avec les œufs) : $20 \times 10 \times 11 = 2200$ cm^3

Volume des 5 œufs : $2200 - 1600 = 600$ cm^3

Volume d'un œuf : $600 \div 5 = 120$ cm^3

Le volume d'un seul œuf est de 120 cm^3.

EXERCICE 6 (5 POINTS)

Un moule à muffins est constitué de 9 cavités. (Voir figure 1).Toutes les cavités sont identiques. Chaque cavité a la forme d'un tronc de cône (cône coupé par un plan parallèle à sa base) de hauteur 4 cm. (voir figure 2)

Figure 1

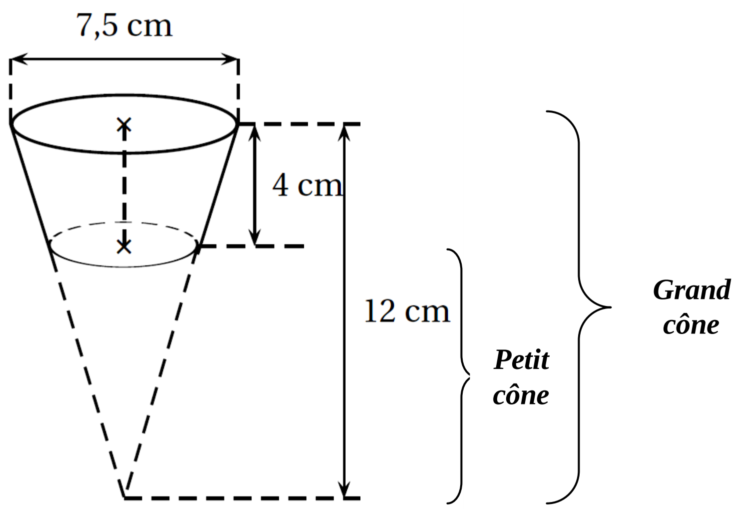


Figure 2

1. On note V_1 le volume du grand cône dont la base a pour diamètre 7,5 cm

et V_2 le volume du petit cône dont la base a pour diamètre 5 cm.

a) Montrer que la valeur exacte du volume V_1 est $56{,}25\pi$ cm^3.

Volume du grand cône : V_1 = $\frac{\pi\times R^2\times H}{3}=\frac{\pi\times 3{,}75^2\times 12}{3}=\frac{14{,}0625\times 12\times\pi}{3}=\frac{168{,}75\times\pi}{3}=56{,}25\pi$

Le volume V_1 du grand cône est bien égal à $56{,}25\pi$ cm^3.

b) Calculer le volume V_2 du petit cône. On donnera la valeur exacte.

Volume du petit cône : V_2 = $\frac{\pi\times R^2\times H}{3}=\frac{\pi\times 2{,}5^2\times 8}{3}=\frac{6{,}25\times 8\times\pi}{3}=\frac{50\times\pi}{3}=\frac{50}{3}\pi$

Le volume V_2 du petit cône est égal à $\frac{50}{3}\pi$ cm^3.

c) En déduire le volume V d'une cavité (arrondir au cm^3).

$V = V_1 - V_2 = 56{,}25\pi - \frac{50}{3}\pi \approx 124$

Le volume d'une cavité est d'environ 124 cm^3.

2. On considère que chaque cavité a un volume d'environ 125 cm^3.Léa a préparé 1 litre de pâte. Elle veut remplir chaque cavité du moule aux trois quarts de son volume.

A-t-elle suffisamment de pâte pour les 9 cavités du moule ? Justifier la réponse.

Volume total des 9 cavités : 9 × 125 = 1125 cm^3

Trois quarts de 1125 cm^3 c'est $\frac{3}{4}\times 1125 = 843{,}75$ cm^3

Elle a besoin de 843,75 cm^3 de pâte. **Or : 1 L = 1 dm^3 = 1000 cm^3**

1 L suffira donc pour remplir chaque cavité du moule aux trois quarts de son volume.

EXERCICE 7 (8 POINTS)

Dans cet exercice, on considère un rectangle ABCD tel que son périmètre soit égal à 31 cm.

1. a) Si un tel rectangle a pour longueur 10 cm, quelle est sa largeur ?

Sachant que le périmètre d'un rectangle est donné par 2 × longueur + 2 × largeur, ona

31 - 2×10 = 11 et 11 ÷ 2 = 5,5

Sa largeur sera de 5,5 cm.

b) Quelle est la nature du rectangle ABCD lorsque AB = 7,75 cm ? Justifier votre réponse.

<u>Déterminons la longueur de BC</u>

2 × 7,75 = 15,5 ; 31 – 15,5 = 15,5 et 15,5 ÷ 2 = 7,75

Donc la longueur BC est égale à 7,75 cm.

Le rectangle ABCD ayant tous ses côtés de même longueur, on peut affirmer que c'est un carré.

2. On appelle x la longueur AB.

a) En utilisant le fait que le périmètre de ABCD est de 31 cm, exprimer la longueur BC en fonction de x.

$$BC = \frac{31 - 2AB}{2} = \frac{31 - 2x}{2} = 15,5 - x$$

La longueur BC est donnée par l'expression $15,5 - x$

b) En déduire l'aire du rectangle ABCD en fonction de x.

L'aire d'un rectangle est donnée par la formule longueur × largeur.

Donc l'aire du rectangle ABCD est donnée par AB × BC = $x \times (15,5 - x)$

3. On considère la fonction f définie par $f(x) = x(15{,}5 - x)$

a) Calculer l'image de 4 par la fonction f.

$$f(4) = 4(15,5 - 4) = 4 \times 11,5 = 46$$

L'image de 4 par la fonction f est 46

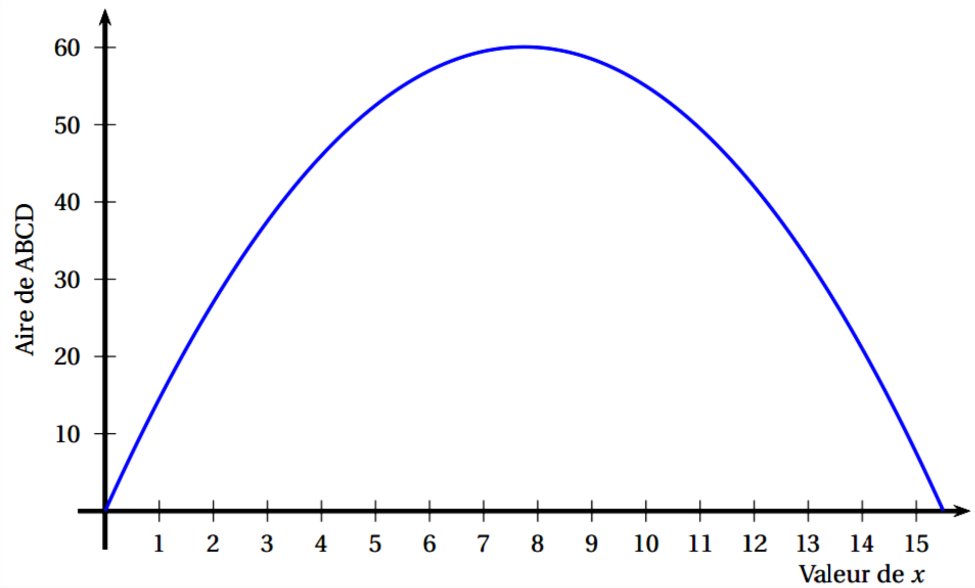
b) Vérifier qu'un antécédent de 52,5 par la fonction f est 5.

Il faut verifier l'égalité $f(5) = 52,5$

$$f(5) = 5(15,5 - 5) = 5 \times 10,5 = 52,5$$

Un antecedent de 52,5 par la fonction f est bien 5

4. Sur le graphique ci-dessous, on a représenté l'aire du rectangle ABCD en fonction de la valeur de la longueur AB notée x.



A l'aide de ce graphique, répondre aux questions suivantes en donnant des valeurs approchées.

a) Quelle est l'aire du rectangle ABCD lorsque x vaut 3 cm?

L'aire du rectangle ABCD lorsque x vaut 3 cm est égale à **d'environ 37,5 cm².**

b) Pour quelles valeurs de x obtient-on une aire égale à 40 cm^2?

L'aire est égale à 40 cm² lorsque x vaut **environ 3,3 cm ou 12,4 cm**.

c) Quelle est l'aire maximale de ce rectangle? Pour quelle valeur de x est-elle obtenue?

L'aire maximale du rectangle est **de 60 cm²** lorsque x vaut **environ 7,8 cm**.