

1) Étape 2 :

Donner le résultat de $(-5) \times (-3)$.

Le professeur recueille les conjectures dans la classe. Les plus fréquentes sont 15 ou -15

Ce sont des nombres opposés. Il s'agit de décider quel est le bon résultat et de le prouver.

Les élèves travaillent par deux. Certains réinvestissent ce qui vient d'être fait en ajoutant au produit cherché un autre produit de sorte qu'une mise en facteur soit possible, ce qui permet de tester la deuxième conjecture. Ils trouvent à l'aide de la distributivité que $(-5) \times (-3) = 15$. Mais le coup de pouce est souvent nécessaire car le calcul à faire n'est pas facile à trouver pour les élèves, même s'il a été suggéré par le calcul déjà fait en commun au tableau pour le cas précédent.

Une mise en commun permet de s'accorder sur le calcul à faire en utilisant la distributivité pour factoriser la somme $(-5) \times (-3) + (-5) \times (-3) = (-5) \times [(-3) + 3]$

ou bien, $(-5) \times (-3) + 5 \times (-3) = [(-5) + 5] \times (-3)$

ou bien, si certains élèves ont démarré ainsi, on peut aussi calculer $[(-5) + 5] \times (-3)$

ou encore suivant la démonstration qui a été présentée à l'étape 1, on peut écrire :

$$-5 \times (-3) = -5 \times (0 - 3) = -5 \times 0 - (-5) \times 3 = 0 - (-15) = 0 + 15 = 15.$$

Dans tous les cas on trouve 15 et non -15 qui était le résultat qui semblait le plus naturel à certains élèves qui pensent que « le produit de deux choses négatives ne peut pas donner quelque chose de positif ! ».

On admet que cette règle des signes est la même quels que soient les nombres.

Bilan : Quand on multiplie deux nombres relatifs, on multiplie les valeurs numériques et pour trouver le signe du produit, on utilise la règle suivante :

Le produit de 2 positifs est positif

Le produit d'un positif et d'un négatif est négatif

Le produit de 2 négatifs est positif.

II) Situation 3 : Multiplication par (-1)

1) Étape 1 :

Calculer

- $(-1) \times 3$
- $(-1) \times (-4)$
- $(-3,2) \times (-1)$
- $7,6 \times (-1)$
- $(-1) \times (-1)$
- $(-1) \times 0$
- $(-1) \times 1$

Quelle remarque peut-on faire sur le résultat du produit d'un nombre par (-1) ?

Les élèves calculent en appliquant la règle sur le produit de deux nombres relatifs et remarquent que le produit d'un nombre par (-1) est l'opposé de ce nombre.

2) Étape 2 : Démonstration

Désignons un nombre quelconque par la lettre x , on peut démontrer cette conjecture en utilisant la distributivité. Les élèves peuvent faire cette démonstration eux-mêmes, avec deux méthodes :

- a) par disjonction des cas car ils peuvent utiliser la règle des signes qui vient d'être démontrée pour tous les nombres.

Si x est positif son produit par (-1) est négatif donc c'est l'opposé de x .

Si x est négatif son produit par (-1) est positif donc c'est l'opposé de x .

Dans tous les cas il s'agit de l'opposé de x .

- b) en utilisant une démonstration semblable à ce qu'ils ont vu dans la situation précédente.

On conjecture que $x \times (-1)$ est l'opposé de x .

Pour en être certain on les ajoute

$$x \times (-1) + x = x \times (-1) + x \times 1 = x \times [(-1) + 1] = x \times 0 = 0$$

Donc $x \times (-1)$ est l'opposé de x .

Bilan : Quand on multiplie un nombre par (-1) on obtient son opposé.

$$x \times (-1) = -x \quad (-1) \times x = -x$$

Le signe « - » peut intervenir avec trois sens différents :

• **le signe de la soustraction**

• **le signe des nombres négatifs**

• **le signe qui désigne l'opposé**