SYSTEMES D'EQUATIONS DU 1° DEGRE

<u>Objectifs</u> : Résoudre un système de 2 équations du 1° degré à 2 inconnues en utilisant la méthode des <u>combinaisons linéaires (ou d'addition)</u> .
Résoudre un problème réel faisant intervenir un tel système .

I – <u>ETUDE D'UNE SITUATION</u> :

1) <u>Enoncés</u> :

* Une diode L.E.D verte de modèle électrique (U_{D0} , R_D) est branchée à un dipôle actif dont le modèle de Thèvenin est (Uo , Ro) . On demande quel est l'état de fonctionnement (I , U) de la diode L.E.D ;
Données numériques : Uo = 9 V ; Ro = 470 Ω ; U_{DO} = 2,2 V ; R_D = 15 Ω . *(on peut faire un schéma).*

* Tom dispose de 156 F de plus que Jeff ; après avoir dépensé chacun 94 F , Tom a 3 fois plus que Jeff ; combien possédaient-ils avant leurs achats ?

2) <u>Résolutions</u> :

<u>a- Choix des inconnues :</u>

I et U

x = Avoir de Tom ; y = Avoir de Jeff

<u>b- Mise en équation :</u>

$U + 470I = 9$

$U - 15I = 2,2$

$x - y = 156$ 1ère équation

Après la dépense :

*Nouvel avoir de Tom : $x - 94$

*Nouvel avoir de Jeff : $y - 94$

$x - 94 = 3\,(y - 94)$

$x - 2y = -188$ 2ème équation

<u>c- Résolution :</u>

➢ On multiplie les deux membres des équations par un nombre de façon à obtenir les coefficients d'une inconnue OPPOSES .

$U + 470I = 9 \quad \times 1 \quad \rightarrow U + 470I = 9$

$U - 15I = 2,2 \quad \times(-1) \quad \rightarrow -U + 15I = -2,2$

$x - y = 156 \quad \times(-2) \quad \rightarrow -2x + 2y = -212$

$x - 2y = -188 \quad \times 1 \quad \rightarrow x - 2y = -188$

➢ On additionne membre à membre de façon à éliminer cette inconnue .

$475\,I = 9 - 2,2$

$I = 14,3\,.\,10^{-3}$

$-x = -212 - 188$

$x = 500$

➢ On obtient un nouveau système équivalent formé par cette nouvelle équation et une équation quelconque du système initial . Par exemple :

$I = 14,3\,.\,10^{-3}$ A.

$U + 470\,I = 9$

$x = 500$

$x - y = 156$

➢ On peut calculer la 2ème inconnue .

$U = 9 - 470 \times 14,3\,.\,10^{-3}$.

$U = 2,28$ V .

$-y = 156 + x$

$y = 344$

➢ Solution :

S = { ($I = 14,3\,.\,10^{-3}$ A , $U = 2,28$ V) }

S = { ($x = 500$ F , $y = 344$ F) }

➢ On peut faire la vérification .

II – APPLICATIONS DE LA METHODE DES COMBINAISONS LINEAIRES :

1) Résoudre le système : $7x + 4y = 156$; $3x + 2y = 78$ — $S = \{(0, 39)\}$

2) Résoudre le système : $4x - 6y = 1,5$; $-2x + 3y = 8$ — Impossible ; $S = \varnothing$

3) Résoudre le système : $x/2 - y/3 = -4$; $2x + y = 5$ — $S = \{(-2, 9)\}$

4) Résoudre le système : $3x + 4y = -3$; $2x + 5y = 5$ — $S = \{(-5, 3)\}$

5) Problème de Physique :

Deux mobiles animés d'un mouvement rectiligne uniforme se dirigent l'un vers l'autre : A la date t = 0 le mobile X est à 9 km de Pau et s'en éloigne avec une vitesse moyenne de 18 ms^{-1} ; à la date t = 0 le mobile Y se trouve à 87 km de Pau et s'en rapproche avec une vitesse moyenne de 21 ms^{-1} .
On demande de déterminer la date à laquelle ces deux mobiles se rencontreront ainsi que la distance par rapport à la ville de Pau.

Rappels :
Equation littérale d'un mouvement rectiligne uniforme : $e = vt + e_0$
v est compté positif si le mobile s'éloigne de Pau , et négatif dans le cas contraire.

Solution : (e = 45 km , t = 2000s ou 33 mn20s)

6) Problème de spécialité :

On dispose de 2 batteries :
La batterie A (en bon état) dont le modèle électrique est donné par $U_A = 14$ V en série avec $R_A = 0,01\ \Omega$;
La batterie B (en mauvais état) dont le modèle électrique est donné par $U_A = 11$ V en série avec $R_A = 1\ \Omega$.
On branche ces 2 batteries en « parallèle » et on demande de déterminer les valeurs communes de la tension aux bornes et de l'intensité du courant qui les traverse . On fera un schéma et on orientera le courant correspondant à A dipôle générateur et B dipôle récepteur .

Rappels :
Equation littérale de la caractéristique externe d'un dipôle générateur : $U = -RI + E$
Equation littérale de la caractéristique externe d'un dipôle récepteur : $U = RI + E$

Solution : ($U \approx 13,97$ V , $I \approx 2,97$ A)