

Brevet Blanc

Collège François Mitterrand — Créon

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

MARDI 3 MAI 2016

SOIN, PRÉSENTATION ET QUALITÉ DE LA RÉDACTION : 4 POINTS

EXERCICE 1 (4 POINTS)

Le barème du QCM est d'un point par réponse correct.
Il n'est pas enlevé de point pour des réponses fausses.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Le PGCD de 124 et 340 est égal à ...	1	2	[4]
2	$\sqrt{5} + \sqrt{20}$ est égal à ...	$\sqrt{25}$	$[3\sqrt{5}]$	$5\sqrt{5}$
3	On donne la fonction f définie par $f(x) = 3x^2 - 5$. Alors $f\left(\frac{2}{3}\right) = \dots$	$\left[-\frac{11}{3}\right]$	-1	$\frac{7}{9}$
4	L'équation $4x - 3 = 7x + 6$ a pour solution	3	$\frac{9}{11}$	[-3]

EXERCICE 2 (2 POINTS)

On s'intéresse au calcul :

$$A = \frac{\sqrt{5^2 - 3^2}}{2^{-2}}$$

1) Sur la calculatrice d'Axel, la touche puissance est 

Il tape sur sa calculatrice la séquence suivante 

Il trouve -16 et se dit : « J'ai commis une erreur puisque le résultat aurait dû être positif. »

La remarque d'Axel est-elle correcte ? Répondre en justifiant mais sans calculer A.

REPONSE : (1 point)

Le nombre A est le quotient d'une racine carrée par une puissance négative d'un nombre positif.

Or, une racine carrée est un nombre positif tout comme toute puissance d'un nombre positif.

Le nombre A est donc le quotient d'un nombre positif par un autre nombre positif.

A est donc positif.

2) Sans justifier et à l'aide de la calculatrice, écrire le résultat de A.

REPONSE : (1 point)

A = 16.

EXERCICE 3 (5 POINTS)

Voici un programme de calcul sur lequel travaillent quatre élèves

- Prendre un nombre au départ
- Lui ajouter 8
- Multiplier le résultat par 3
- Enlever 24
- Enlever le nombre de départ

Voici ce qu'ils affirment

Sophie : « Quand je prends 4 comme nombre de départ, j'obtiens 8. »

Martin : « En appliquant le programme à 0, je trouve 0. »

Gabriel : « Moi, j'ai pris - 3 au départ et j'ai obtenu - 9. »

Faïza : « Pour n'importe quel nombre choisi, le résultat final est égal au double du nombre de départ. »

Pour chacun de ces quatre élèves, expliquer s'il a raison ou tort.

Attention, les raisonnements de chaque élève sont indépendants les uns des autres.

REPONSES :

Sophie (1 point)

$4 + 8 = 12$; $12 \times 3 = 36$; $36 - 24 = 12$; $12 - 4 = 8$ Le résultat est bien 8. Sophie a raison.

Martin (1 point)

$0 + 8 = 8$; $8 \times 3 = 24$; $24 - 24 = 0$; $0 - 0 = 0$ Le résultat est bien 0. Martin a raison.

Gabriel (1 point)

$$-3 + 8 = +5 \quad ; \quad 5 \times 3 = 15 \quad ; \quad 15 - 24 = -9 \quad ; \quad -9 - (-3) = -9 + 3 = -6$$

Le résultat n'est pas -9 mais -6. Gabriel a tort.

Faiza (2 points)

Soit y un nombre.

$$J'ai\ alors : y + 8 = y + 8 \quad ; \quad (y + 8) \times 3 = y \times 3 + 8 \times 3 = 3y + 24 \quad ; \quad 3y + 24 - 24 = 3y \quad ; \quad 3y - y = 2y$$

Si je commence le programme de calcul avec un nombre y , j'obtiens le nombre $2y$ qui est le double de y .

Faiza a raison.

EXERCICE 4 (7 POINTS)

Léa pense qu'en multipliant deux nombres impairs consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

1) Étude d'un exemple : **5 et 7 sont deux nombres impairs consécutifs.**

a) Calculer $5 \times 7 + 1$.

b) Léa a-t-elle raison pour cet exemple ?

REPONSES :**a/ (0,5 point)**

$$5 \times 7 + 1 = 35 + 1 = 36$$

b/ (0,5 point)

$36 = 4 \times 9$. Le nombre 36 est bien un multiple de 4. Léa a donc raison sur cet exemple.

2) Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
		<i>Nombre impair</i>	<i>Nombre impair suivant</i>	<i>Produit de ces nombres impairs consécutifs</i>	<i>Résultat obtenu</i>
1					
2	x	$2x + 1$	$2x + 3$	$(2x + 1)(2x + 3)$	$(2x + 1)(2x + 3) + 1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

a) D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier nombre impair 17 ?

b) Montrer que cet entier est un multiple de 4.

c) Parmi les quatre formules de calcul ci-dessous, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3.

Lesquelles ? Aucune justification n'est attendue mais il faudra recopier les formules correctes ou leurs numéros sur votre copie.

Formule 1 : = (2*A3 + 1)*(2*A3 + 3)

Formule 2 : = (2*B3 + 1)*(2*C3 + 3)

Formule 3 : = B3*C3

Formule 4 : = (2*D3 + 1)*(2*D3 + 3)

REPONSES :

a/ (0,5 point)

Je lis le premier nombre 17 dans la cellule B11 du tableur. Sur cette ligne, le résultat obtenu en cellule E11 est 324.

b/ (0,5 point)

$324 = 4 \times 81$. Le nombre 324 est bien un multiple de 4.

c/ (2 points)

Formule 1 : $=(2*A3 + 1)*(2*A3 + 3)$

Formule 3 : $= B3*C3$

3) Étude algébrique

a) Développer et réduire l'expression $E(x) = (2x + 1)(2x + 3) + 1$.

b) Montrer que Léa avait raison : **le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.**

REPONSES :

a/ (1 point)

$$E(x) = (2x + 1)(2x + 3) + 1$$

$$E(x) = 2x \times 2x + 2x \times 3 + 1 \times 2x + 1 \times 3 + 1$$

$$E(x) = 4x^2 + 6x + 2x + 3 + 1$$

$$E(x) = 4x^2 + 8x + 4$$

b/ (2 points)

Tout nombre impair s'écrit de la forme $2x + 1$ avec x un nombre. Son consécutif impair s'écrit donc $2x + 3$.

Par conséquent, le fait de multiplier deux nombres impairs consécutifs et d'ajouter 1 peut toujours s'écrire sous la forme $(2x + 1)(2x + 3) + 1$.

Or, la question précédente a permis de dire que :

$$(2x + 1)(2x + 3) + 1 = 4x^2 + 8x + 4$$

Par ailleurs, je peux factoriser par 4 cette expression. J'ai alors : $4x^2 + 8x + 4 = 4(x^2 + 2x + 1)$.

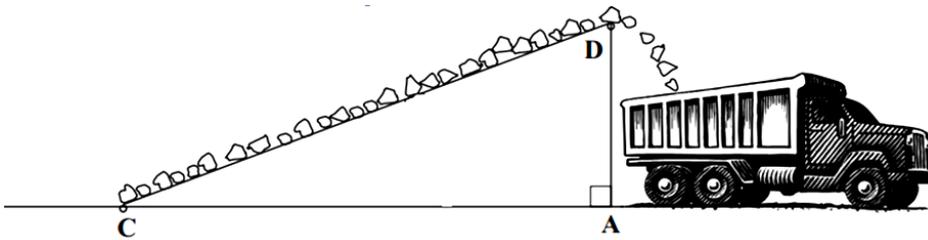
Donc, $(2x + 1)(2x + 3) + 1 = 4(x^2 + 2x + 1)$

Cela signifie que $(2x + 1)(2x + 3) + 1$ est toujours un multiple de 4.

En conclusion, je peux donc dire que Léa a raison.

EXERCICE 5 (5 POINTS)

Pour procéder au chargement du sable dans les camions bennes, la carrière de Thieulin située en Eure et Loire utilise le dispositif par tapis roulant représenté par le schéma simplifié ci-dessous.



On donne

- Longueur du tapis roulant : $CD = 11,70$ m
- Longueur du sol : $CA = 10,80$ m

1) Pour des raisons de sécurité, l'angle \widehat{ACD} doit être inférieur à 25° . **Montrer que c'est bien le cas ici.**

REPONSE : (1,5 point)

Le triangle ACD est rectangle en A .

On a donc : $\cos \widehat{ACD} = \frac{CA}{CD}$

$$\cos \widehat{ACD} = \frac{10,80}{11,70} ; \cos^{-1}\left(\frac{10,80}{11,70}\right) \approx 22,62. \text{ L'angle } \widehat{ACD} \text{ mesure donc environ } 22,6^\circ.$$

La mesure de cet angle est bien inférieure à 25° comme les raisons de sécurité l'exigent.

2) Sachant que la vitesse du tapis roulant est de 0,90 mètre par seconde, **calculer la durée nécessaire en secondes, pour acheminer du sable du point C au point D.**

REPONSE : (1,5 point)

Je sais que $v = \frac{d}{t}$ avec v la vitesse en mètre par seconde, d la distance en mètre et t le temps en seconde.

Je peux aussi écrire cette formule sous la forme : $t = \frac{d}{v}$.

Ici, la distance est CD , soit 11,70 m et la vitesse du tapis roulant est de 0,90 mètre par seconde.

Cela donne donc : $d = \frac{11,70}{0,90}$ soit $d = 13$.

La durée nécessaire pour acheminer du sable du point C au point D est de 13 secondes.

3) La benne du camion a la forme d'un pavé droit de largeur 2,5 m, de longueur 6,2 m et de hauteur 2 m.

Le tapis roulant permet de déverser 2 m^3 de sable par minute.

En combien de temps ce camion va-t-il être chargé ?

REPONSE : (2 points)

Je vais tout d'abord déterminer le volume de cette benne.

Volume d'un pavé droit = longueur \times largeur \times hauteur.

Ici, cela donne : $V = 6,2 \times 2,5 \times 2$

$V = 31$. Le volume de la benne est donc de 31 m^3 .

Le tapis roulant permet de déverser 2 m^3 de sable par minute.

$31 \div 2 = 15,5$.

Il faut donc 15,5 minutes pour remplir ce camion, soit 15 minutes et 30 secondes.

EXERCICE 6 (3,5 POINTS)

Pour préparer son voyage à Lille, Julien utilise un site internet pour choisir le meilleur itinéraire.

Voici le résultat de sa recherche :

Feuille de route de votre itinéraire : **Marseille → Lille**

Distance 1005km dont 971 km sur autoroute
Temps 09h06 dont 08h15 sur autoroute
Coût estimé 167.71 € dont péage 74.60 €, carburant 93.11 €

1) Quelle vitesse moyenne, arrondie au km/h, cet itinéraire prévoit-il pour la **portion de trajet sur autoroute** ?

REPONSE : (1,5 points)

Je sais que $v = \frac{d}{t}$ avec ici, v la vitesse en kilomètre par heure, d la distance en kilomètre et t le temps en heure.

Le temps t de parcours est de 8h 15 min sur autoroute.

Or, 15 minutes correspondent à un quart d'heure, soit 0,25 h.

Donc 8h15 min vaut 8,25 h.

La distance parcourue sur autoroute est de 971 km.

D'où $v = \frac{971}{8,25}$ soit $v \approx 117,7$. La vitesse moyenne pour la portion d'autoroute est d'environ 118 km/h.

2) Sachant que la sécurité routière préconise au moins une pause de 10 min à 20 min toutes les deux heures de conduite, **quelle doit être la durée minimale que Julien doit prévoir pour l'ensemble de son voyage** ?

REPONSE : (2 points)

La durée minimale de pause réglementaire est de 10 min toutes les deux heures.

Le temps total de parcours prévu est de 9h06 min.

Julien doit donc prévoir de faire, au minimum, une pause de 10 min au bout de deux heures de route, une autre au bout de quatre heures, une autre au bout de six heures et une dernière au bout de huit heures.

Il faut donc effectuer quatre pause de 10 minutes chacune au minimum, soit 40 minutes de pause au total.

Le temps de parcours est de 9 h 06 min. il faut donc ajouter ces 40 minutes minimales de pause.

Cela donne donc un temps minimale de 9 h 46 min pour l'ensemble de son voyage.

EXERCICE 7 (6,5 POINTS)

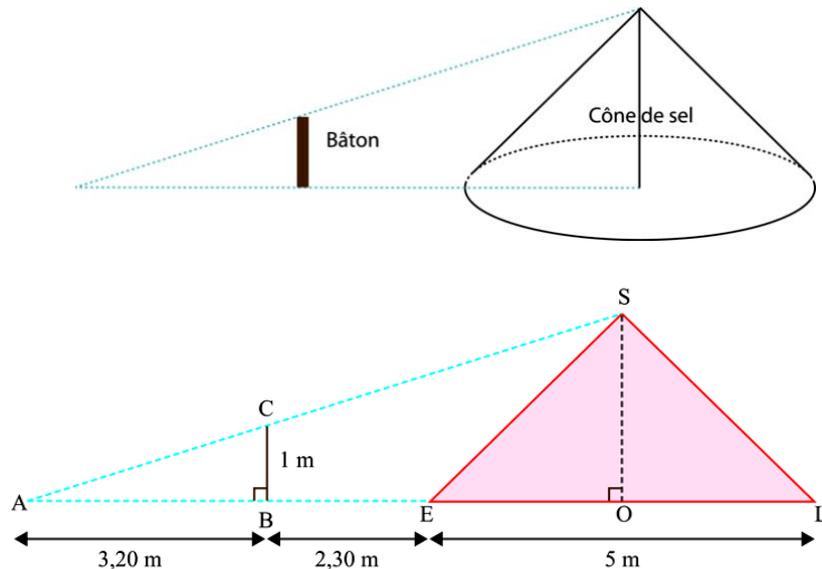
Dans les marais salants, le sel récolté est stocké sur une surface plane comme l'illustre la photo ci-contre.



On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution.

1) Pascal souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 m

Il possède un bâton de longueur 1 mètre. Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-dessous :



Les points A, B, E, O et L sont alignés tout comme les points A, C et S.

- Justifier que les droites (CB) et (SO) sont parallèles.
- Justifier que $AO = 8$ m.
- Démontrer que la hauteur de ce cône de sel est égale à 2,50 m.

REPONSES :

a/ (1,5 point)

Je sais que les droites (CB) et (SO) sont perpendiculaires à la droite (AL).

Or si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Je peux donc en conclure que les droites (CB) et (SO) sont parallèles.

b/ (1,5 point)

[EL] est un diamètre du cône de sel de dimension 5 mètres avec O le centre de la base de ce cône.

D'où $EO = \frac{EL}{2}$ soit $EO = \frac{5}{2} = 2,5$. La longueur EO mesure 2,5 mètres.

De plus, $AO = AB + BE + EO = 3,20 + 2,30 + 2,50$

Au final, $AO = 8$. La longueur AO mesure 8 bien mètres.

b/ (1,5 point)

Je sais que les points A, C, S et les points A, B, O sont alignés tels que les droites (CB) et (SO) soient parallèles.

D'après le théorème de Thalès, $\frac{AC}{AS} = \frac{AB}{AO} = \frac{CB}{SO}$ d'où $\frac{AC}{AS} = \frac{3,20}{8} = \frac{1}{SO}$

$SO = \frac{8 \times 1}{3,20}$ D'où $SO = \frac{8}{3,20}$, ce qui donne $SO = 2,5$.

La hauteur de ce cône de sel est égale à 2,50 m.

2) Déterminer, en m³, le volume de sel contenu dans ce cône. Arrondir le résultat au m³ près.

REPONSE : (2 points)

Volume d'un cône de révolution = $\frac{\text{aire du disque de base} \times \text{hauteur}}{3}$

Et aire du disque de base = $\pi \times r^2$. Le rayon du cône est de 2,5 m.

D'où aire du disque de base = $\pi \times 2,5^2$ soit aire du disque de base = $6,25 \pi$.

La hauteur du cône de révolution vaut 2,5 mètres.

Cela donne donc : Volume d'un cône de révolution = $\frac{6,25\pi \times 2,5}{3}$

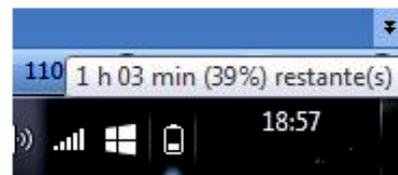
Soit $V \approx 16,36$.

Le volume de sel contenu dans ce cône est donc d'environ 16 m³.

EXERCICE 8 (3 POINTS)

Voici une image du voyant de la batterie de mon ordinateur portable.

Je vais la recharger cette nuit pour qu'elle soit à 100% de charge demain matin.



Comme je dois assister à une conférence demain matin de 9h30 à 12h, je pense pouvoir utiliser mon ordinateur allumé pour prendre des notes tout au long de cette conférence uniquement grâce à ma batterie. **VRAI ou FAUX ? Justifier.**

Si le travail n'est pas terminé, laisser toute de même une trace de votre recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

REPONSE : (3 points)

La réunion de demain matin a lieu de 9 h 30 à 12 h. Elle va donc durer 2h30 min.

Actuellement, il reste 39 % de charge, ce qui correspond à 1 h03 min, soit 63 min.

Par proportionnalité, nous allons chercher le temps total d'autonomie de la batterie pour 100 % de charge.

Pourcentage de charge	39	100
Temps d'autonomie en minutes	63	z

$z = \frac{63 \times 100}{39}$ soit $z = \frac{6\,300}{39}$. On obtient $z \approx 161,5$.

Cela signifie que l'ordinateur a une autonomie d'environ 161 minutes lorsqu'il est chargé au maximum.

161 minutes correspondent à 2 heures et 41 minutes ($161 = 2 \times 60 + 41$).

La réunion ne durant que 2 h 30 minutes, je pourrais avoir mon ordinateur allumé tout au long de cette réunion grâce à la batterie chargé au maximum cette nuit.