

Brevet Blanc

(AVRIL 2014)

Collège François Mitterrand – Créon

CORRECTION DU SUJET DE MATHÉMATIQUES

SOIN, PRÉSENTATION ET QUALITÉ DE LA RÉDACTION : 4 POINTS

EXERCICE 1 (2 POINTS)

1. Donner l'écriture décimale du nombre $\frac{10^5 + 1}{10^5}$.

$$\frac{10^5 + 1}{10^5} = \frac{100\,000 + 1}{100\,000} = \frac{100\,001}{100\,000} = 1,000\,01. \text{ L'écriture décimale du nombre } \frac{10^5 + 1}{10^5} \text{ est } \boxed{1,000\,01}.$$

2. Antoine utilise sa calculatrice pour calculer le nombre suivant : $\frac{10^{15} + 1}{10^{15}}$. Le résultat affiché est 1. Antoine pense que ce résultat n'est pas exact. A-t-il raison ?

Le numérateur et le dénominateur étant différents, le quotient est différent de 1. Antoine a donc raison.

EXERCICE 2 (4 POINTS)

On cherche à résoudre l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

1. Le nombre 0 est-il solution de cette équation ? Expliquer.

Pour $x = 0$: $(4x - 3)^2 - 9 = (4 \times 0 - 3)^2 - 9 = (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0$. Donc 0 est solution de l'équation.

2. Prouver que, pour tout nombre x , $(4x - 3)^2 - 9 = 4x(4x - 6)$.

$$(4x - 3)^2 - 9 = (4x - 3)^2 - 3^2 = [(4x - 3) + 3][(4x - 3) - 3] = (4x - 3 + 3)(4x - 3 - 3) = 4x(4x - 6).$$

Ainsi on a bien : $(4x - 3)^2 - 9 = 4x(4x - 6)$.

3. Déterminer les solutions de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

Résoudre l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$ revient à résoudre $4x(4x - 6) = 0$

Or : Si un produit de facteurs est nul, alors au moins un des facteurs est nul.

Donc : $4x = 0$ ou $4x - 6 = 0$

$x = 0$ ou $4x = 6$

$x = 6 \div 4 = 1,5$.

Les solutions de l'équation sont 0 et 1,5.

EXERCICE 3 (2 POINTS)

Voici les tarifs pratiqués dans deux magasins :

Magasin A : 17,30 € la cartouche d'encre, livraison gratuite.

Magasin B : 14,80 € la cartouche d'encre, frais de livraison de 15 € quel que soit le nombre de cartouches achetées. Déterminer le nombre de cartouches d'encre pour lequel les deux tarifs sont identiques. Détailler.

Si on note n le nombre de cartouches d'encre achetées, le prix payé est $17,30n$ avec le magasin A et $14,80n + 15$ avec le magasin B.

Pour que les deux tarifs soient identiques, on cherche alors n tel que : $17,30n = 14,80n + 15$

c'est-à-dire $2,50n = 15$ donc $n = 15 \div 2,50 = 6$. Ainsi, les prix sont identiques pour 6 cartouches d'encre achetées.

EXERCICE 4 (6 POINTS)

À partir du 2 Janvier 2012, une compagnie aérienne teste un nouveau vol entre Nantes et Toulouse. Ce vol s'effectue chaque jour à bord d'un avion qui peut transporter au maximum 190 passagers.

1. L'avion décolle chaque matin à 9 h 35 de Nantes et atterrit à 10 h 30 à Toulouse. Quelle est la durée du vol ?

$$10 \text{ h } 30 \text{ min} - 9 \text{ h } 35 \text{ min} = 55 \text{ min} \quad \boxed{\text{La durée du vol est de 55 minutes.}}$$

2. Le tableau suivant donne le nombre de passagers qui ont emprunté ce vol pendant la première semaine de mise en service. L'information concernant le mercredi a été perdue.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche	Total
Nombre de passagers	152	143		164	189	157	163	1113

a) Combien de passagers ont emprunté ce vol le mercredi ?

$$1\ 113 - (152 + 143 + 164 + 189 + 157 + 163) = 1\ 113 - 968 = 145$$

$\boxed{145 \text{ passagers ont emprunté ce vol le mercredi.}}$

b) En moyenne, combien y avait-il de passagers par jour dans l'avion cette semaine là ?

$$1\ 113 \div 7 = 159$$

En moyenne, il y avait $\boxed{159 \text{ passagers par jour}}$ dans l'avion cette semaine là.

3. À partir du mois de Février, on décide d'étudier la fréquentation de ce vol pendant douze semaines.

La compagnie utilise une feuille de calcul indiquant le nombre de passagers par jour :

= MOYENNE (J2 : J13)										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
		lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche	TOTAL	MOYENNE
1										
2	Semaine 1	157	145	142	159	190	156	161	1110	159
3	Semaine 2	147	158	156	141	141	152	155	1050	150
4	Semaine 3	153	148	162	149	160	146	163	1081	154
5	Semaine 4	168	156	162	157	166	158	161	1128	161
6	Semaine 5	163	169	170	162	167	169	162	1162	166
7	Semaine 6	156	167	171	173	165	165	162	1159	166
8	Semaine 7	173	172	168	173	161	162	167	1176	168
9	Semaine 8	168	166	170	173	168	176	165	1186	169
10	Semaine 9	176	175	175	171	172	178	173	1220	174
11	Semaine 10	185	176	172	180	185	171	171	1240	177
12	Semaine 11	178	181	183	172	178	172	173	1237	177
13	Semaine 12	171	183	171	184	172	176	173	1230	176
14									moyenne sur trois mois :	166

a) Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule I2 pour obtenir le nombre total de passagers au cours de la semaine 1 ?

La formule saisie dans la cellule I2 est : $\boxed{= \text{SOMME} (B2 : H2)}$.

b) Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule J2 pour obtenir le nombre moyen de passagers par jours au cours de la semaine 1 ?

La formule saisie dans la cellule J2 est : $\boxed{= I2 / 7}$ ou $\boxed{= \text{MOYENNE} (B2 : H2)}$.

4. Le nombre moyen de passagers par jour au cours de ces douze semaines est égal à 166. La compagnie s'était fixé comme objectif d'avoir un nombre moyen de passagers supérieur aux 80 % de la capacité maximale de l'avion. L'objectif est-il atteint ?

La capacité maximale de l'avion est de 190 passagers.

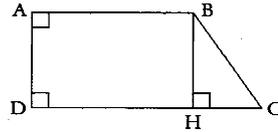
$$80 \% \text{ de } 190 \text{ c'est : } \frac{80}{100} \times 190 = 152.$$

Il y a en moyenne 166 passagers par jour. $166 > 152$.

$\boxed{\text{L'objectif est donc atteint.}}$

EXERCICE 5 (6 POINTS)

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, ABCD est un trapèze rectangle, le point H appartient au segment [DC]. On donne : $AB = 5$ cm ; $AD = 4,8$ cm ; $DC = 8,6$ cm et $BC = 6$ cm.



1. Construire cette figure sur la Feuille annexe (à rendre avec la copie) en respectant les mesures données. (On placera la figure au centre de la feuille.)

Voir feuille annexe (ci-dessous avec la question 4).

2. Calculer le périmètre du trapèze ABCD.

$$P(ABCD) = AB + BC + CD + DA = 5 + 6 + 8,6 + 4,8 = 24,4.$$

Le périmètre du trapèze ABCD est de 24,4 cm.

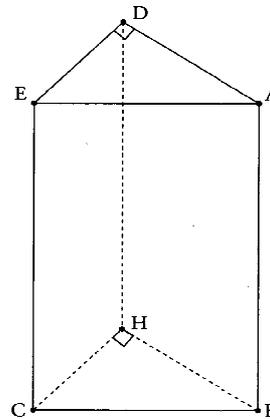
3. Calculer l'aire du trapèze ABCD.

$$\text{Aire}(ABCD) = \frac{(AB + CD) \times AD}{2} = \frac{(5 + 8,6) \times 4,8}{2} = \frac{13,6 \times 4,8}{2} = \frac{65,28}{2} = 32,64.$$

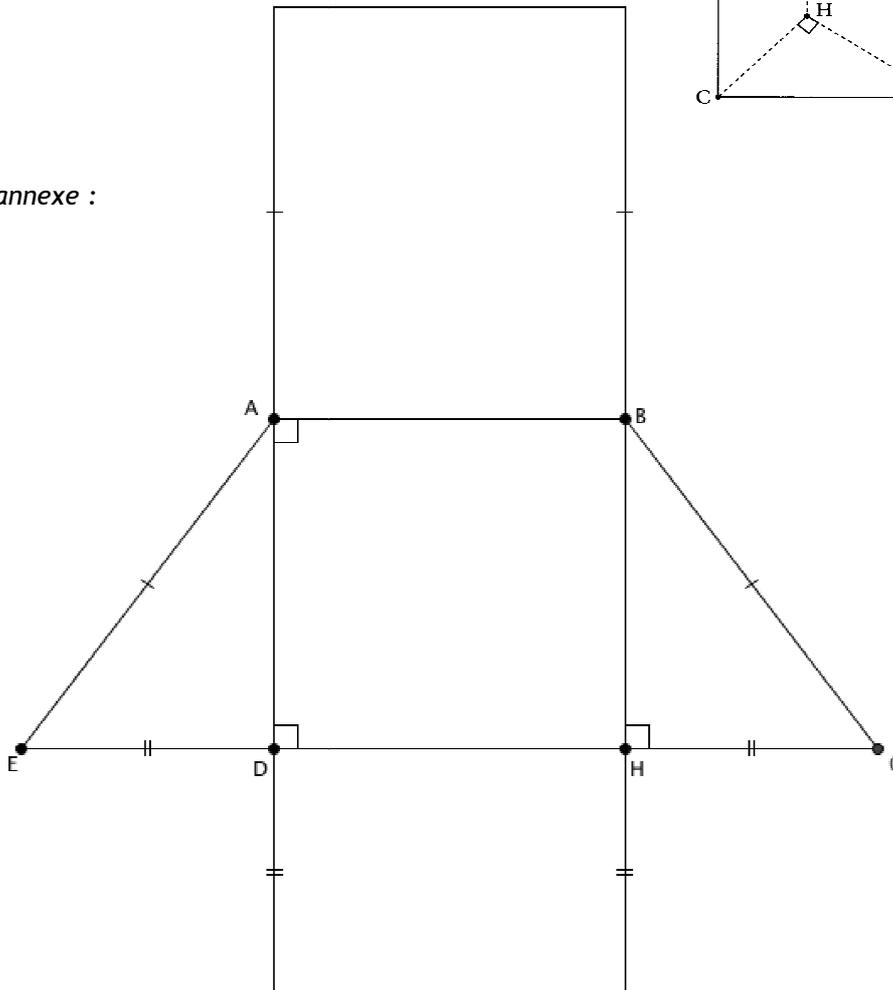
L'aire du trapèze ABCD est de 32,64 cm².

4. Compléter la figure de la question 1. pour obtenir le patron du prisme droit ci-contre dont une base est le triangle BCH.

Le prisme droit ci-contre n'est pas en vraie grandeur.



Sur la feuille annexe :

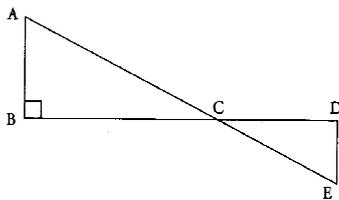


EXERCICE 6 (5,5 POINTS)

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur. On ne demande pas de la reproduire.

L'unité de longueur est le centimètre. Les points A, C et E sont alignés, ainsi que les points B, C et D.

Le triangle ABC est rectangle en B et on donne : $BC = 12$; $CD = 9,6$; $DE = 4$; $CE = 10,4$.



1. Montrer que le triangle CDE est rectangle en D.

Je sais que, dans le triangle CDE, le côté [CE] est le plus long.

$$CE^2 = 10,4^2 = 108,16 \text{ et } CD^2 + DE^2 = 9,6^2 + 4^2 = 92,16 + 16 = 108,16 \text{ d'où } CE^2 = CD^2 + DE^2$$

J'en conclus, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, que le triangle CDE est rectangle en D.

2. En déduire que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Le triangle CDE est rectangle en D donc les droites (CD) et (DE) sont perpendiculaires.

Je sais que les droites (DE) et (AB) sont perpendiculaires à la droite (BD).

Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.

J'en conclus que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

3. Calculer la longueur AB.

Je sais que les points A, C, E et les points B, C, D sont alignés tels que les droites (DE) et (AB) soient parallèles.

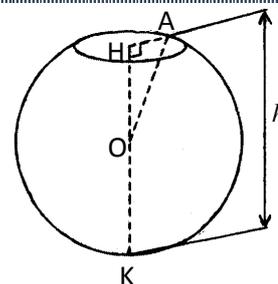
D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{CB}{CD} = \frac{CD}{CE} = \frac{AB}{DE}$.

$$\text{Soit } \frac{12}{9,6} = \frac{10,4}{CA} = \frac{AB}{4} \text{ . D'où } AB = \frac{4 \times 12}{9,6} \text{ soit } AB = \frac{48}{9,6} = 5 \text{ . } \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">\text{La longueur AB vaut 5 cm.}$$

EXERCICE 7 (4,5 POINTS)

Une calotte sphérique est un solide obtenu en coupant une sphère par un plan.

Un doseur de lessive liquide (représenté ci-contre) a la forme d'une calotte sphérique de centre O et de rayon $R = OA = 4,5$ cm. L'ouverture de ce récipient est délimitée par le cercle de centre H et de rayon $HA = 2,7$ cm. La hauteur totale de ce doseur est HK.



1. Calculer OH en justifiant, puis en déduire que la hauteur totale HK du doseur mesure exactement 8,1 cm.

Je sais que le triangle AHO est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore, on a : $OA^2 = OH^2 + HA^2$

$$\text{Soit } 4,5^2 = OH^2 + 2,7^2$$

$$20,25 = OH^2 + 7,29$$

$$OH^2 = 20,25 - 7,29$$

$$OH^2 = 12,96 \text{ soit } OH = \sqrt{12,96} = 3,6 \text{ . } \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">\text{La longueur OH vaut 3,6 cm.}$$

[OK] est un rayon de la calotte sphérique d'où $OK = 4,5$ cm .

$$HK = HO + OK = 3,6 + 4,5 = 8,1 \text{ . } \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">\text{La hauteur totale HK du doseur est de 8,1 cm.}$$

2. Le volume V d'une calotte sphérique de rayon R et de hauteur h est donnée par la formule : $V = \frac{1}{3} \pi h^2 (3R - h)$.

Calculer le volume exact du doseur en cm^3 (en fonction de π).

En déduire la capacité totale arrondie au millilitre du doseur.

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times HK^2 \times (3OA - HK)$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 8,1^2 \times (3 \times 4,5 - 8,1)$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 65,61 \times (13,5 - 8,1)$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 65,61 \times 5,4$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 354,294$$

$$\text{Au final, } V = 118,098 \pi \text{ soit } V \approx 371,015$$

$$\span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">\text{Le volume exact est de } 118,098 \pi \text{ cm}^3 \text{ .}$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litre donc } 1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ millilitre.}$$

$$\span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">\text{La capacité totale arrondie au millilitre près est donc de 371 mL.}$$

EXERCICE 8 (3 POINTS)

Un terrain (de forme carrée) a une aire de 2 025 m².

On a installé un portail de 4 m et on décide de clôturer ce terrain avec un grillage.

1. Quelle est la longueur du côté de ce terrain ? Justifier.

Aire du carré = côté \times côté = c^2 , donc ici on cherche la valeur de c tel que $c^2 = 2025$, soit $c = \sqrt{2025} = 45$.

La longueur du côté de ce carré est donc de 45 m.

2. Calculer la longueur de grillage que l'on doit prévoir.

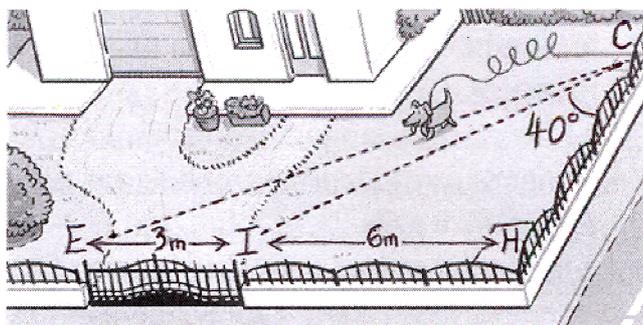
Nous allons calculer le périmètre total de ce terrain de forme carrée.

Périmètre = $4 \times c = 4 \times 45 = 180$. Le périmètre total est de 180 m.

Il reste à enlever la longueur du portail : $180 - 4 = 176$.

En conclusion, il faut prévoir 176 m de grillage.

EXERCICE 9 (3 POINTS)



Actuellement, lorsque la laisse est tendue, le chien arrive tout juste au point I. Les points E, I et H sont alignés et les droites (EH) et (HC) sont perpendiculaires. Le propriétaire de cette maison souhaite que son chien puisse atteindre le point E pour surveiller toute la maison. De combien de centimètres doit-il rallonger la laisse ? Détailler. Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Je sais que le triangle HIC est rectangle en H.

$$\sin \widehat{HCI} = \frac{HI}{CI}$$

$$\sin 40^\circ = \frac{6}{CI}$$

$$CI = 6 / \sin 40^\circ$$

$$CI \approx 9,334$$

La longueur CI mesure environ 9,334 m.

On a $HE = HI + IE = 6 + 3 = 9$.

La longueur HE mesure 9 m.

La longueur CI mesure environ 9,334 m et la longueur CE mesure environ 11,49 m.

Il reste donc à calculer la différence entre ces deux longueurs pour trouver la longueur du rajout de la laisse.

On a : $CE - CI \approx 11,49 - 9,334$

Soit $CE - CI \approx 2,156$

Il doit donc rallonger la laisse d'environ 216 centimètres.

Je sais que le triangle HIC est rectangle en H.

$$\tan \widehat{HCI} = \frac{HI}{CH}$$

$$\tan 40^\circ = \frac{6}{CH}$$

$$CH = 6 / \tan 40^\circ$$

$$CH \approx 7,151$$

La longueur CH mesure environ 7,15 m.

Je sais que le triangle CHE est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore, on a : $CE^2 = HE^2 + HC^2$

$$\text{Soit } CE^2 \approx 9^2 + 7,15^2$$

$$CE^2 \approx 81 + 51,1225$$

$$CE^2 \approx 132,1225$$

$$\text{soit } CE \approx \sqrt{132,1225}$$

$$CE \approx 11,49. \text{ La longueur CE vaut environ 11,49 m.}$$