

Fiche 8 : Proportionnalité et fonction linéaire

1°) Proportionnalité :

Définition : On dit que deux grandeurs sont proportionnelles si l'on passe de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre a non nul. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Dans un tableau, il y a proportionnalité si l'on passe d'une ligne à l'autre en multipliant par un même nombre a appelé coefficient de proportionnalité.

A toute situation de proportionnalité correspond une fonction définie par $f: x \mapsto ax$.

On dit alors que la situation de proportionnalité est **modélisée** par la fonction f .

Exemple :

Le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur de son côté.

Le coefficient de proportionnalité est 4.

La fonction P qui modélise cette situation est définie par $P: x \mapsto 4x$.

2°) Fonction linéaire :

a) Définition :

Soit a un nombre relatif. La fonction linéaire de coefficient a est la fonction définie par $f: x \mapsto ax$.

Exemple :

Les fonctions f et g définies par $f: x \mapsto 3x$ et $g: x \mapsto -5x$ sont deux fonctions linéaires de coefficient respectifs 3 et -5.

L'image de 1 par f est 3

b) Lien avec la proportionnalité :

Propriété : Toute situation de proportionnalité est modélisée par une fonction linéaire dont le coefficient est le coefficient de proportionnalité.

f étant une fonction linéaire, $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$
 x_1 et x_2 étant 2 nombres, et $f(kx) = k f(x)$

Exemple :

Nombre de pains	1	3	4	40
Prix du pain en €	1,40	4,20	5,6	56

$$\begin{aligned} f(4) &= f(1+3) \\ &= f(1) + f(3) \\ &= 1,4 + 4,2 = 5,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(40) &= f(10 \times 4) \\ &= 10 \times f(4) \\ &= 10 \times 5,6 = 56 \end{aligned}$$

c) Lien avec les pourcentages :

Propriétés :

- Prendre t % d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par $\frac{t}{100}$.
- Augmenter un nombre de t %, c'est multiplier ce nombre par $1 + \frac{t}{100}$.
- Diminuer un nombre de t %, c'est multiplier ce nombre par $1 - \frac{t}{100}$.

3°) Représentation graphique :

Propriété : Dans un repère, une fonction linéaire de coefficient a est représentée graphiquement par une droite (d) passant par l'origine du repère.

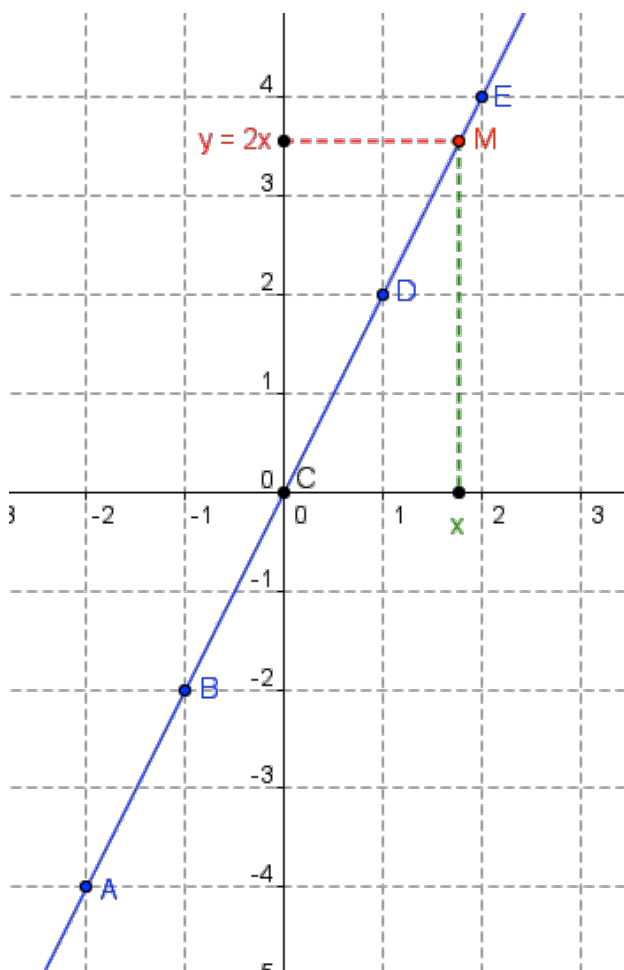
Le nombre a est appelé coefficient directeur de la droite (d).

Exemple : Représenter graphiquement la fonction $f(x) = 2x$

tableau de valeurs

x	-2	-1	0	1	2	x
$f(x)$	-4	-2	0	2	4	$2x$
	A	B	C	D	E	M

↻ x 2



Dans un repère du plan, on place les points

$A(-2 ; -4)$, $B(-1 ; -2)$, $C(0 ; 0)$, $D(1 ; 2)$ et $E(2 ; 4)$,

On peut remarquer qu'ils sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère.

La représentation graphique d'une fonction linéaire $f(x) = ax$ est une droite qui passe par l'origine.

Le nombre a s'appelle le **coefficient directeur** de la droite

Tous les points de coordonnées $(x ; y)$ avec $y = f(x) = 2x$ se trouvent sur cette droite et réciproquement.

Pour tout point $M(x ; y)$ de la droite, on a $y = 2x$